UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Campus de Rio Claro

MICROMUNDO HIPERTEXTUAL & EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

VERSÃO PDF

JOSÉ EDUARDO FERREIRA DA SILVA

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Maria Lúcia Lorenzetti Wodewotzki

Tese de Doutorado elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática — Área de Concentração em Ensino da Matemática e seus Fundamentos Filosóficos e Científicos, para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática.

Rio Claro – São Paulo

2015

Ficha Catalográfica (Versão PDF)

Ferreira da Silva, José Eduardo
Micromundo hipertextual & Educação Matemática /
José Eduardo Ferreira da Silva – Rio Claro: [s.n.], 2015. 172f.

Tese de Doutorado – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas.
Orientadora: Maria Lúcia Lorenzetti Wodewotzki

1. Educação Matemática. 2. Computador. 3. Prática Letiva.
I. Título.

COMISSÃO EXAMINADORA

Profª. Drª. Maria Lúcia Lorenzetti Wodewotzki

Profª. Drª. Abigail Fregni Lins

Prof. Dr. Henrique Lazari

Prof. Dr. Orlando de Andrade Figueiredo

Prof. Dr. Roberto Ribeiro Baldino

Rio Claro, 17 de abril de 2015

RESULTADO: APROVADA

Dedico este trabalho à minha esposa Carmem e aos meus filhos Eduardo e Mariana. Com isso, quero dizer a importância que vocês têm em minha vida e a felicidade que sinto em ter pessoas com tantas qualidades ao meu lado. Saibam que amo muito vocês!

Agradecimentos

Aos meus queridos pais Cassilda e Antônio.

Sem vocês a história não teria acontecido

À minha querida esposa, Professora Carmem, pelo apoio e excelente revisão ortográfica que proporcionou ao trabalho.

Sem você a história teria sido outra.

À minha orientadora Professora Maria Lúcia, pela confiança que depositou em minhas decisões.

Ao Professor Roberto Baldino, pelos valiosos ensinamentos e apoio ao trabalho.

Ao Professor Henrique, por nossas agradáveis e proveitosas reuniões de estudo.

À Professora Bibi e Professor Orlando, pelo apoio dado ao trabalho.

À Professora Cláudia, pelo apoio e confiança depositada em meu trabalho.

RESUMO

Este trabalho, cujo foco de interesse está no domínio dos desafios suscitados pela inserção do computador no cotidiano da prática letiva de matemática tem por objetivo apresentar o processo de desenvolvimento e implementação de uma escritura eletrônica multirepresentacional – denominada 'micromundo hipertextual' – para, em seguida, descrever e analisar os dados recolhidos com a disponibilização desse recurso computacional na internet e, por fim, apresentar o projeto 'livro de areia' como uma proposta alternativa à cultura da sala de informática, ou seja, a tendência de acomodação dos computadores em um ambiente externo à sala de aula, geralmente deficiente quanto ao número de máquinas disponíveis que apenas reforça a perspectiva educativa que toma o computador como um fim em si mesmo e, por isso, faz do meio a sua mensagem. Em síntese, trata-se de uma pesquisa multidimensional pautada no pensamento de Álvaro Vieira Pinto (1909-1987), que procura enquadrar o fato, relativamente, novo do uso do computador no dia a dia da sala de aula de matemática na estrutura de um processo de pensamento e de atividade prática do trabalho, que supera seu conteúdo em cada fase do tempo, explica-o e procura extrair dele conclusões e projeções razoáveis.

ABSTRACT

This work, whose focus of interest is in the field of challenges posed by inserting the computer in the math teaching practice everyday, aims to present the development and implementation of a multirepresentacional electronic writing called *'micromundo hipertextual*' to then, describe and analyze the data collected for the provision of this computational resource on the internet and, finally, present the project *'livro de areia*' as an alternative proposal to the culture of the computer room, in other words, the trend to accommodate computers in an environment outside the classroom, usually deficient in the number of available machines that only reinforces the educational perspective that takes the computer as an end in itself and, therefore, makes the media its message. In short, it is a multidimensional research based on the thinking of Álvaro Vieira Pinto (1909-1987), which seeks to frame the relatively new fact of computer use during the daily math classroom in the structure of a process of thought and practical activity of work that exceeds its content at each stage of time, explains it and allows it to extract conclusions and reasonable projections.

Índice por assunto Pág.

TERCEIRO MOVIMENTO

Do micromundo hipertextual ao projeto *livro de areia*

BIBLIOGRAFIA

APÊNDICE A

APÊNDICE B

APÊNDICE C

APRESENTAÇÃO

No Brasil, os estudos sobre a utilização do computador na Educação Matemática sempre estiveram intimamente ligados ao processo de socialização dos computadores pessoais, o qual se intensificou a partir de meados da década de 1980. Por isso, há um processo contínuo de diferentes acomodações, tendo em vista que as propostas para o uso do computador na prática letiva da matemática sempre estiveram circunscritas ao teto das possibilidades de *hardware* e *software* disponíveis ao mercado de consumo interno brasileiro.

Desse modo, podemos demarcar pelo menos duas gerações distintas de professores e pesquisadores interessados no uso e efeitos desse maquinismo como recurso didático-pedagógico para a Educação Matemática. A primeira geração – ou geração linha de comando – com seus dispositivos de armazenamento minúsculos, microprocessadores lentos e monitores granulosos e, a partir de meados da década de 1990, a geração *desktop* que, oriunda de um ambiente gráfico, tornou a experiência com o computador mais intuitiva e, por isso, menos intimidante[1]. Dito de modo mais específico, a diferença entre essas gerações é que, enquanto para os usuários de primeira geração utilizar um computador pessoal era, antes de tudo, saber ou, pelo menos, querer programá-lo; para os usuários de segunda geração, esse tipo de conhecimento tornou-se optativo, ficando assim reservado somente aos que pretendem fazer da informática uma profissão ou base para uma atividade sofisticada de trabalho ou lazer.

Durante a primeira geração, no que diz respeito aos aspectos mais globais relacionados às propostas para o emprego do computador na Educação Matemática, vou destacar a presença quase hegemônica da linguagem ou ambiente LOGO e a sua geometria da tartaruga como suporte para os trabalhos acadêmicos brasileiros no período de 1986 a 1994. Sem dúvida, uma espécie de discurso único,

---

[1] A tecnologia *desktop* opera sobre o princípio da manipulação direta. Com isso, ao invés de teclar comandos, o usuário pode apontar para alguma coisa e expandir seus conteúdos, ou arrastá-la através da tela. Portanto, um ambiente de qualidades paradoxais, pois ao mesmo tempo em que acrescenta uma camada entre o usuário e a informação, a imediatez táctil dá a impressão de a informação estar mais próxima, ao invés de mais afastada.

mas que, na época, era fortemente justificável. Primeiro, porque operar a tartaruga é, antes de tudo, fazer matemática aplicada. Segundo, porque é uma proposta pedagógica apoiada na psicologia genética de Jean Piaget (1900-1980) e, por isso, coincidiu com a forte orientação construtivista no ideário dos educadores brasileiros. E, finalmente, porque esse ambiente salientava o *modus operandi* da comunicação homem-máquina da época, ou seja, a programação de computadores.

Contudo, não obstante as inegáveis contribuições oferecidas pelos estudos realizados com esse ambiente computadorizado, o fato é que, na escola básica brasileira, o principal efeito da linguagem LOGO foi somente o de cristalizar a cultura da sala de informática, ou seja, a tendência de acomodação dos computadores em um ambiente externo à sala de aula, geralmente deficiente quanto ao número de máquinas disponíveis e, por isso, um espaço que apenas reforça a perspectiva educativa que toma o computador como um fim em si mesmo e, por isso, faz do meio a sua mensagem.

Quanto a pouca representatividade da linguagem LOGO nas recentes e atuais pesquisas brasileiras sobre o uso do computador na Educação Matemática, não nos é difícil, aos olhos de hoje, encontrar razões para isso, por exemplo, o fato de ser uma proposta pedagógica pautada na teoria psicogenética que, a partir de meados da década de 90, perdeu a força entre os nossos educadores. Porém, de tudo o que contribuiu para essa pouca representatividade, nada foi mais decisivo do que a socialização da tecnologia *desktop*, a partir da qual vai emergir a segunda geração de usuários que, por sua vez, passam a se interessar por estudos sobre ambientes multirepresentacionais numa linha similar ao pioneiro trabalho de Borba & Confrey (1996)[2]. Sem dúvida, uma pesquisa de vanguarda, mas, assim como outros estudos, insuficiente para aplacar a insistente busca pela uniformidade de meios ─ como ilustra a hegemonia atual do ambiente GEOGEBRA[3] ─ cujo efeito no ambiente escolar tem sido apenas o de legitimar a cultura da sala de informática e, por conseguinte, retardar a busca por ações alternativas que procurem garantir a presença do computador no dia a dia da sala de aula, como meio auxiliar mais efetivo no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

[2] Tecnicamente, um sistema multi-representacional opera sobre a alternância de meios, ou seja, janelas. O benefício não se limita à possibilidade de ver dois ou mais documentos ao mesmo tempo, mas, sobretudo, em poder ziguezaguear entre eles.

[3] O GEOGEBRA é um aplicativo de matemática dinâmica que combina conceitos de geometria e álgebra e sua distribuição é livre, nos termos da General Public License.

E é, exatamente, nessa insistente tendência pela uniformização de meios que reside à razão pela qual, enquanto usuário de primeira geração, não abandonei o trabalho de criação e implementação de meus próprios aplicativos computadorizados para a Educação Matemática: inicialmente, para potencializar a operacionalidade dos defasados equipamentos de *hardware* geralmente disponíveis na sala de informática da escola e, sobretudo, para suprir a ausência de ambientes computadorizados alternativos que me permitissem, como professor de matemática dos Ensinos Fundamental e Médio, atender de modo satisfatório algumas das reais demandas de minhas salas de aula; depois, com o passar do tempo, com o intuito de garantir subsídios técnicos mais robustos para, com a internet, avançar para além dos muros da escola e, desse modo, garantir condições mais adequadas para uma inserção mais efetiva do computador no dia a dia da sala de aula de matemática.

Outro aspecto relacionado aos estudos e propostas oriundos da geração *desktop* é o exacerbado reforço daquilo que Soares (1988) denominou o *mito do computador bom* e, cujo efeito tem sido o de marginalizar qualquer tentativa crítica à tecnologia da informática[4]. Em termos mais atuais, um mito que se traduz pela forte tendência em se pintar um quadro da época atual que procura representá-la sem causas antecedentes e, portanto, somente explicável por uma ruptura qualitativa no processo do desenvolvimento histórico.

Porém, como em função da longevidade de minhas pesquisas sobre o uso do computador na prática letiva da matemática não me é possível romper com o caráter histórico desses estudos, então vou, desde já, excluir toda e qualquer espécie de consideração que, de alguma força, procure privilegiar a época atual, nela fundando as concepções sobre o significado da técnica, como se, somente agora, essas especulações se tivessem tornado possíveis e fossem justificadas pelo tipo particular de procedimentos tecnológicos atualmente em uso. Desse modo, a posição que vou assumir é a de que, para qualquer reflexão que tenha por fundamento as criações humanas do presente, o necessário é distinguir entre o pensamento crítico, que explica e exalta esse comportamento, e a atitude ingênua que, ao proceder fora do plano histórico, torna absolutos os modos de existência de cada época e as criações humanas nelas possíveis e, por isso, faz com que a

[4] *"O mito do computador bom (...) busca purificar e inocentar o computador, dando-lhe uma clareza de constatação e não de explicação. Nunca aparece ninguém explicando como são produzidos os feitos do computador. Há apenas uma constatação desses feitos, que são sempre classificados como um enorme progresso técnico, um grande avanço tecnológico".* (Ibid; p.14)

reflexão converta-se em uma ideologia de valoração do presente. Sem dúvida que a técnica, enquanto processo, é sempre o surgimento de algo novo que quantitativamente pode alcançar proporções tais que o revistam de aspectos qualitativamente originais. Contudo, no essencial, esse é um tipo de situação que também existiu em épocas passadas.

E nisso reside a razão de minha aproximação com o pensamento de Álvaro Vieira Pinto[5] (1909 – 1987), a partir de sua obra intitulada '***O conceito de Tecnologia***' publicada, postumamente, em 2005. Em síntese, uma obra em que o autor evoca o social para pontuar sua rejeição ao argumento de que a disseminação da técnica mais elevada depende da generosidade de quem a usa em benefício próprio e, por isso, recusa-se a ver na simples disseminação do uso do computador um elemento comprovador da 'qualidade' presente na opção vulgarmente defendida pelas elites: entrar na era tecnológica para superar as desigualdades. Nesse sentido, seu raciocínio é radicalmente ao avesso: sem acabar com a desigualdade, não deixaria de ter importância a ferramenta rústica na sociedade. Daí a sua defesa de que a 'desalienação' do trabalho somente é possível pelas mãos do trabalhador no ato em que se apropria da técnica mais elaborada a seu favor.

Para o desenvolvimento deste estudo, isso significa que as análises dos resultados obtidos a partir de meus trabalhos com o computador na prática letiva da matemática serão feitas sob o olhar de uma teoria crítica. Uma teoria em que opostos se separam, mas não se desvinculam, são determinantes, mas também determinados e, por isso, procuram apontar para os resultados múltiplos possíveis, dependendo de ações humanas conscientes ou não. Portanto, uma teoria com a qual vou procurar ─ enquanto usuário, produtor e emissor de tecnologia ─ evitar, ao máximo, os clichês da inovação que nada mais fazem do que aperfeiçoar aquilo que já existe.

---

[5] "Álvaro Vieira Pinto foi catedrático da Faculdade Nacional de Filosofia da então Universidade do Brasil (hoje UFRJ), professor admiradíssimo por várias gerações de alunos e um dos animadores do Instituto Superior de Estudos Brasileiros (Iseb), a mais importante entidade envolvida no debate desenvolvimentista nas décadas de 1950 e 1960. Dentro e fora dele, o professor Vieira Pinto influenciou decisivamente a geração de intelectuais de sua época. O educador Paulo Freire referia-se a ele como 'meu mestre'. Desconhecemos que algum pensador brasileiro, em qualquer tempo, tenha produzido uma reflexão tão abrangente, profunda e exaustiva sobre o fenômeno da técnica e seus impactos sobre a sociedade. Escrita em plena maturidade, a obra que agora vem à luz permaneceu inédita, em laudas com máquina de escrever, cuidadosamente revistas a mão pelo próprio filósofo. Na última lauda original, a de número 1.410, lê-se a inscrição manuscrita: *'Terminada a terceira e ultima revisão em 5 de abril de 1973. Terminada a transferência das correções da cópia para a primeira via em 19 de fevereiro de 1974. Álvaro Vieira Pinto'*." (Vieira Pinto, 2005, Nota do Editor).

- **ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO**

Este trabalho, cujo tema de interesse é o uso do computador na prática letiva da matemática, tem por objetivo apresentar de modo justificado o processo de desenvolvimento e implementação de uma escritura eletrônica – a qual denomino ‘micromundo hipertextual’ – para, em seguida, descrever e analisar os dados recolhidos com a disponibilização desse recurso computacional na internet e, por fim, apresentar o projeto ‘livro de areia’ como uma proposta para a inserção do computador do dia a dia da sala de aula de matemática. Em síntese, uma variação do micromundo hipertextual estabelecida a partir da utilização dessa mesma escritura eletrônica na minha prática letiva como professor de matemática em salas de aula dos ensinos fundamental e médio. Portanto, um estudo sociocultural de base empírica, concebido e realizado em estreita associação com diferentes ações, em que o pesquisador e os sujeitos representativos de cada situação sempre estiveram envolvidos de modo cooperativo e participativo.

Em linhas gerais, uma pesquisa multidimensional, a partir da qual procuro enquadrar o fato relativamente novo do uso do computador no dia a dia da sala de aula de matemática da escola básica brasileira, na estrutura de um processo de pensamento e de atividade prática do trabalho, que supera seu conteúdo em cada fase do tempo, explica-o e procura extrair dele conclusões e projeções razoáveis. Em outras palavras, isso significa que as técnicas de cada fase da história de minha produção técnica são de tipos diferentes, havendo momentos em que o teor e a significação de certas descobertas objetivas arrastam o desenrolar da produção para um plano qualitativamente novo. Daí, a razão pela qual irei apresentar as descrições e análises de minhas experiências em função de três diferentes movimentos que serão demarcados a partir de dois fatos distintos e coetâneos. Especificamente, os saltos qualitativos inerentes a minha acumulação de recursos técnicos computacionais e os diferentes procedimentos metodológicos empregados durante a execução da pesquisa.

O primeiro movimento apresenta as principais experiências realizadas no período de 1989 a 1992, em que prevalecia no imaginário comum dos usuários de computadores pessoais brasileiros a cultura da linha de comando. Portanto, experiências ainda bastante intuitivas, mas suficientes para eu antever e contrapor a ortodoxia do Ensino Tradicional Vigente com algumas das recentes e atuais tendências da Educação Matemática e, com essa nova perspectiva, criar condições mais confortáveis de trabalho em relação a minha função social de oferecer, como professor, ambientes mais favoráveis para o aprendizado da matemática. Em síntese, o primeiro movimento reúne os resultados que permitem inserir esta pesquisa no âmbito da Educação Matemática.

O segundo movimento reúne os principais resultados de meu trabalho sistemático de criação, implementação e aplicação de tarefas computadorizadas, os quais acabaram impondo um ponto de inflexão no rumo de minha pesquisa. Especificamente, esses resultados demonstraram que a inserção da Educação Matemática na sala de aula não pode ser reduzida aos aspectos puramente epistemológicos da aprendizagem e, por isso, reorientaram o meu interesse de estudo ─ até então focado, exclusivamente, nas possibilidades do computador como suporte ao processo de ensino e aprendizagem da matemática ─ para uma nova questão de pesquisa, ou seja, a do domínio dos desafios suscitados pela inserção do computador na prática letiva cotidiana. O resultado foi a escritura eletrônica que passei a denominar *micromundo hipertextual*, ou seja, um ambiente computadorizado multirepresentacional que possibilita agregar e disponibilizar, na internet, diferentes recursos didáticos, tais como textos, imagens, animações, vídeos e tarefas computadorizadas.

No terceiro e último movimento apresento os principais resultados obtidos com a execução do projeto *livro de areia*. Especificamente, uma escritura eletrônica derivada do micromundo hipertextual que, através da internet, tem nos permitido avançar para além dos muros da escola e, desse modo, garantir condições mais adequadas para uma inserção mais efetiva do computador no cotidiano da sala de aula de matemática.

Finalmente, para o leitor explorar com maior profundidade essas duas diferentes escrituras eletrônicas, está disponível, no CD que acompanha esse trabalho, o micromundo hipertextual NÚMEROS PRIMOS e a versão demonstrativa do livro de areia SEXTO ANO do Ensino Fundamental.

Considerações Teóricas

1- Fundamento Filosófico

1.1- O homem maravilhado em face da ‘era da informática’

Em uma das tentativas mais antigas de explicar as origens da filosofia, Aristóteles apresenta como razão para o surgimento do pensar racional o estado de espanto ou a possibilidade que o homem tem de maravilhar-se diante do espetáculo da natureza.

> “Por se maravilharem, os homens, tanto agora como no passado, começaram a filosofar, a princípio maravilhando-se com as dificuldades mais imediatas, e depois, avançando pouco a pouco, procuraram resolver problemas maiores, como os que se referem aos fenômenos da Lua, do Sol e das estrelas, e por fim procuraram descobrir a gênese do universo. Quem se depara com uma dificuldade e se admira reconhece sua própria ignorância (e por isso o amante dos mitos é também de certo modo filósofo, pois o mito é composto de maravilhas)” (Aristóteles, apud Álvaro Vieira Pinto, 2005, p. 29).

A razão pela qual Álvaro Vieira Pinto cita essa reflexão clássica não é para discutir o problema da origem da filosofia, mas para mostrar como ela se contrapõe de maneira radical ao maravilhar-se do homem atual que, pelo distanciamento do mundo causado pela perda habitual da prática de transformação da natureza bruta, passa a maravilhar-se diante daquilo que é um produto seu.

> “Também este se maravilha, e também ele encontra neste estado de ânimo um ponto de partida (...). Mas o que distingue o maravilhar-se atual do antigo é que agora o homem se maravilha não diante da natureza, mas diante de suas próprias obras. A concepção generalizada, e por mil modos expressas, segunda a qual nos encontramos em uma era inédita de grandiosidade, pois jamais o homem realizou tão triunfalmente seu domínio sobre as forças naturais e criou artefatos tão espantosos (...) reedita o velho estado de espanto e maravilha, mas agora em face dos tempos que nos são dados.” (ib. pp. 34-35).

Mas, se o estado de ânimo é o mesmo, então o fato fundamental é a mudança do conteúdo que, nos dias atuais, é determinada pelo conceito de ‘era da informática’ que em nada altera a condição do homem de estar destinado a viver necessariamente na natureza. Significa apenas que aquilo que entendemos por ‘natureza’, em cada fase histórica, corresponde a uma realidade diferente. *“Se no* *início era o mundo espontaneamente constituído, agora que o civilizado consegue cercar-se de produtos fabricados pela arte e pela ciência, serão estes que formarão para ele a nova natureza."* (ib. p.37). E foi desse modo que o mundo deixou de ser um ambiente rústico e espontâneo para, gradativamente, converter-se no ambiente urbano que, na atualidade, se traduz por nossas casas povoadas de eletrodomésticos robotizados[6], cuja função não é outra senão colocar as forças naturais a serviço do homem.

O resultado é o homem civilizado cercado de produtos fabricados pelo próprio homem que faz disso a sua nova 'natureza', no sentido de ser o que lhe parece natural. Por isso, qualquer perturbação na disponibilidade desses meios ou produtos, por ser uma alteração da ordem estabelecida, passa a ser considerada antinatural. Nesse sentido, vale recordar os recorrentes 'apagões' que recentemente ocorreram em vários países da América Latina, inclusive no Brasil, causando a escuridão e a paralisação de toda uma sorte de maquinismos. Observe que, para nós, é uma anormalidade de tal monta, que nem sequer chegamos a pensar tratar-se, na verdade, de um retorno a uma normalidade antiga. Uma normalidade em que a humanidade viveu por muitos milênios e nem por isso impediu o surgimento de grandes civilizações, a partir das quais o ser humano realizou obras admiráveis.

Mas, como é o conjunto de objetos e procedimentos artificiais dos quais nos cercamos o que atualmente nos causa espanto e entusiasmo, então o que não podemos esquecer é que o preço da manutenção desse entusiasmo está na constante substituição dos objetos, máquinas, engenhos, fatos e conhecimentos que o determinam.

> "(...) o desenvolvimento acelerado das forças produtivas impõe, a título de consequência, não apenas o desgaste da admiração motivada por um engenho ou um feito definidos, rapidamente tornados caducos, insensibilizantes, por efeito do que pode se chamar a queda na naturalidade, mas o encurtamento do prazo durante o qual uma realização técnica, por mais engenhosa e repleta de saber que seja, permanece capaz de suscitar pasmo e maravilhamento." (ib. p.38).

---

[6] A palavra robotizada tem como radical *robot*. Trata-se de uma palavra criada pelo escritor checo Karel Čapek (1890-1938), a partir de 'robota', que, em sua língua e em outras línguas eslavas, pode significar trabalho exercido de forma compulsória, ou escravo. Disponível no seguinte URL: http://pt.wikipedia.org/wiki/Karel_Capek. Acesso em outubro de 2014.

Nesse aspecto, um excelente exemplo para essa queda na naturalidade se apresenta pela quase total indiferença manifestada pela humanidade em relação às viagens espaciais, após quatro meses passados da chegada do homem à Lua (cf. Osteland & Baker, 1998). E isso, não obstante cada uma dessas viagens terem sido realizadas em condições tecnicamente muito superiores e mais admiráveis. Note-se que, apesar de ser um registro afastado dos tempos atuais, ele demonstra com fidedignidade como a multiplicação dos mecanismos criados pelo engenho humano determina a redução do prazo de sua capacidade de nos maravilhar. São logo substituídos por outros, conduzindo o homem a tomar por motivo de espanto não mais a coisa, a máquina ou o engenho particular, mas o conjunto de tudo quanto faz, ou seja, a tecnologia enquanto capacidade do fazer em geral.

Portanto, muito razoável a defesa de Álvaro Vieira Pinto no sentido de que, para qualquer reflexão que tenha por fundamento as criações humanas do presente, o necessário é distinguir entre o pensamento critico[7], que explica e exalta esse comportamento, e a atitude ingênua que, ao proceder fora do plano histórico, torna absolutos os modos de existência de cada época e as criações humanas nelas possíveis e, por isso, faz com que a reflexão converta-se em uma ideologia de valoração do presente, a qual se transforma em um procedimento bastante favorável às classes sociais que desfrutam da posse dos instrumentos, bens e objetos de conforto que a *ciência*[8] do tempo lhes coloca ao dispor. Afinal, a atitude de maravilhar-se com a criação humana não é apenas histórica, mas tem fundamento na constituição da sociedade, pois são "(...) *os possuidores dos bens de maior valor que a cada época produz os que se apresentam naturalmente como porta-vozes da ideologização do presente, pois este lhes é inteiramente propício.*" (ib. p. 39).

Sendo assim, a primeira lição a ser extraída desses ensinamentos é a de que em qualquer reflexão sobre as criações humanas do presente, se por um lado, não devemos estranhar o maravilhamento de nossos contemporâneos com as grandes realizações científicas da época atual, as quais lhes parecem extraordinárias e sem

---

[7] "O pensamento crítico é aquele que toma consciência de seus determinantes no processo histórico da realidade, sempre apreendendo o processo em totalidade e não considerando determinantes os fatores correspondentes aos interesses individuais privados." (ib. p. 226).

[8] "Sob o nome de *ciência* o que de fato entendemos é a solução, em forma de produção de conceitos e utensílios, da contradição original do homem, a que o opõe à natureza, que cada vez mais necessita dominar para desenvolver, sempre em condições sociais, sua essência humana." (ib. p. 39).

precedentes; por outro lado, não podemos esquecer que essa maneira de sentir sempre esteve limitada aos grupos sociais dominantes ou, o que dá no mesmo, aos aproveitadores diretos dos benefícios que as tecnologias ou criações científicas do homem de cada época propiciaram.

1.2- A 'era da informática' como ideologia

O conceito de 'era da informática' encobre, ao lado de um sentido razoável e sério, outros tipicamente ideológicos, os quais procuram fazer crer, à consciência ingênua, que o homem atual tem a felicidade de viver nos melhores tempos jamais desfrutados pela humanidade. Um desses sentidos é aquele que converte a obra técnica em valor moral.

> "A sociedade capaz de criar as estupendas máquinas e aparelhos atualmente existentes, desconhecidas e jamais sonhadas pelos homens de outrora, não pode deixar de ser certamente melhor do que qualquer outra precedente. As possibilidades agora oferecidas aos possuidores de recursos para a conservação da vida, a aquisição de conforto e de meios para ampliar a formação cultural não encontram paralelo no passado." (ib. p. 41).

Em suma, pinta-se um quadro da época atual que a representa sem causas antecedentes e, portanto, somente explicável por uma ruptura qualitativa no processo do desenvolvimento histórico.

> "Convém aos locutores dessas formulações fazer a realidade ser tomada em bloco, sem distinções, pois qualquer ensaio de análise, qualquer referência aos componentes do todo revelar-se-á fatal às líricas expressões de euforia, que tanto importa inculcar e transmitir. A menção às divisões internas da sociedade, em virtude das quais as bênçãos da era tecnológica não parecem chover equitativamente sobre todos os homens, é recebida como uma intromissão de mau gosto, perturbadora da beleza do quadro." (ib. p. 42).

Pouco importa o fato de que as criações humanas de significativo porte, capazes de influir nos rumos do progresso e na produção dos bens de uso, só tenham origem em restritas áreas dominantes e sejam promovidas por grupos economicamente privilegiados, que delas retiram os maiores proveitos. E, para tentar encobrir a evidência dos fatos, busca-se então fazer crer, na mentalidade dos grupos periféricos, que esse é o mecanismo natural e inevitável ao progresso, ou seja, que os avanços superiores da cultura científica só podem ter lugar nas áreas dominantes.

> “Os povos na menoridade devem compreender o caráter imperioso e irremissível desta situação, por motivos históricos, sendo portanto ocioso analisar e prejudicial denunciar um vínculo de dependência que em nada seria alterado pela reclamação contra este estado de coisas. Aos países subdesenvolvidos só resta o recurso de se incorporarem à era [da informática] na qualidade de séquito passivo em marcha lenta, consumidores das produções que lhes vêm do alto, imitadores, e no máximo fabricantes, do já sabido, com o emprego de técnicas que não descobriram, necessariamente sempre envelhecidas, as ultrapassadas pelas realizações verdadeiramente vanguardistas, que não têm o direito de pretender engendrar.” (ib. p. 43-44).

E é, exatamente, contra essa errônea uniformização que, em coro com Álvaro Vieira Pinto, me pronuncio ao admitir que ser pesquisador em uma região pobre e dependente não pode ser a mesma coisa que ser pesquisador em uma região desenvolvida, dominadora e autônoma. Note-se que, não se trata de uma postura reacionária como aquelas que, por substancializarem a técnica, julgam-nas um instrumento de desumanização do homem[9]. Pelo contrário, trata-se de uma postura que, ao mesmo tempo em que considera a acumulação da cultura estranha e as diversas cogitações, passadas e presentes, conhecida pelos estudos dos livros, uma fonte subsidiária, embora indispensável para a formação da consciência de si, sabe também que o pesquisador terá que aprender muito mais com o que vê do que com o que lê. *“A consciência filosófica só será legítima se explicar o estado do seu meio, não por um reflexo passivo exterior, mesmo verídico, mas pela apreensão da essência do ser social do qual o pensador é parte.”* (ib. p. 45).

Em síntese, isso significa que o exame do conceito de ‘era da informática’ a partir de suas ‘novas tecnologias’, para nós professores e estudiosos das áreas subdesenvolvidas, tem de começar pela exposição e pelo desmascaramento dos fatores políticos que encobrem, da consciência, as possibilidades das regiões privadas de poder se pensar a si mesmas. E, o mais importante, fazer isso sem renunciar ao conceito de totalidade. Afinal, somos nós os que mais necessitamos dele. Ele somente nos é lesivo nos termos sobre os quais nos é imposto.

---

[9] Nesse ponto, é prudente adiantar que, para o pensamento de Álvaro Vieira Pinto, ‘técnica’ não é um substantivo. Ou seja, uma substância, um objeto, ao qual é lícito atribuir efeitos, como se estivéssemos em face de uma ‘coisa’. Para o autor, a técnica consiste na concepção do resultado a ser produzido antes de sua realização material. Portanto, o modo de ser humano que unifica a racionalidade objetiva da natureza à racionalidade subjetiva do homem é, por isso, um termo que recebe a função gramatical de adjetivo determinante de um modo de ação humana. (cf. Vieira Pinto, 2005, pp. 137, 174 e 176).

> “A totalidade por nós referida, e que constitui um dos conceitos fundamentais de nossa concepção de mundo, é de ordem objetiva. Pertence a um processo histórico, expresso em categorias dialéticas. É uma totalidade feita de contrários em conflito. A menção e o exame desse conflito constituem o fator imprescindível para compreender-se o verdadeiro caráter do nosso tempo. Vivemos sem dúvida uma fase de extraordinário desenvolvimento do poder técnico de subjugação da natureza. Mas, a primeira coisa a observar é que a expressão ‘extraordinário’, usada agora com ânimo entusiástico, constitui na realidade uma tautologia, pois o impossível é que não fosse. Jamais houve alguma época não historicamente extraordinária.” (ib. p. 47).

1.3- A técnica e a informatização do trabalho

Para Álvaro Vieira Pinto, a técnica é, por definição, *“(...) o grau de consciência com que o homem representa para si a relação entre os meios materiais ou ideais de que dispõe e emprega numa operação e as finalidades que deseja satisfazer pela aplicação desses meios.”* (Ib. p.199). E, por isso, afirma que em qualquer reflexão cujo fundamento seja as criações humanas do presente, a primeira coisa a reconhecer é que toda possibilidade de avanço tecnológico está ligada ao processo de desenvolvimento das forças produtivas da sociedade, a principal das quais se sintetiza no trabalho humano. Portanto, um desenvolvimento que necessariamente conduz a rompimentos, a saltos qualitativos, pelos quais se instalam, em certos momentos, novas formas de produção. Daí, a defesa desse autor no sentido de que qualquer reflexão sobre a técnica deve conter, em seu núcleo central, o conceito de mudança, de supressão e sucessão, ou seja, deve condicionar a transformação dos produtos à transformação daquilo que os produz.

> “A reflexão sobre a técnica que a desliga dos alicerces no estado vigente de desenvolvimento das forças produtivas, e, por conseguinte, exclui a significação do homem e de seu esforço intelectual em racionalizar os dados da realidade para se aproveitar dos recursos oferecidos, tira-lhe toda a objetividade.” (ib. p. 49)

Torna-se, portanto, uma reflexão que parte da técnica enquanto dado primitivo ou fato original e, por isso, fica viciada porque não especifica a origem no fato primordial, ou seja, na relação produtiva do homem com o mundo. Por isso, é que, para o autor, a atitude justa de uma reflexão sobre as criações humanas, cujo intento seja identificar a parte qualitativamente nova do estado presente das técnicas e de seu desenvolvimento, é aquela que enquadra o fato relativamente novo na estrutura de um processo de pensamento e de atividade prática do trabalho, que supera seu conteúdo em cada fase do tempo, explica-o e possibilita extrair dele conclusões e projeções razoáveis.

Do ponto de vista prático, isso significa que em qualquer reflexão, que tenha por fundamento as criações da ‘era da informática’, teremos de caracterizar a realidade autêntica do processo de criação técnica, que lhe dá, em qualidade e quantidade, os aspectos particulares que o distingue em certo instante dos de quaisquer outros tempos, pois,

> “(...) não será pela consideração isolada e abstrata de quanto há de ‘novo’ na tecnologia atual, e sim exatamente pelo exame dos aspectos comuns do novo de todas as fases tecnológicas pregressas, que encontraremos o conteúdo da compreensão procurada, aquilo que nos servirá para alcançar a definição da técnica, naturalmente válida para a realidade atual, pois dela é em certa medida derivada, mas válida também para qualquer período histórico considerado.” (ib. p. 51).

Portanto, uma perspectiva de estudo que, desde já, antecipa o fato de que estaremos sempre obrigados a oscilar entre a justeza do reconhecimento do estado de admiração e sua imediata correção pelo pensamento histórico dialético.

> “Saber conservar o adequado equilíbrio entre essas duas vertentes, tal é a regra da sabedoria prática e o principio da intelecção teórica no problema do entendimento da tecnologia, que absorve agora a quase totalidade dos aspectos do mundo em que vivemos. Nesse equilíbrio instável, difícil de ser mantido, mas indispensável, é que consiste a dinâmica distintiva do pensamento crítico.” (Ibid. p. 52).

1.4- A faculdade de projetar e a técnica

Para o pensamento de Álvaro Vieira Pinto, a essência da faculdade de projetar consiste no modo de ser do homem que projeta o seu ser mediante o trabalho efetivo de transformação da realidade material, tornando-se o outro que projeta ser em virtude de haver criado para si diferentes condições de vida e estabelecido novos vínculos produtivos tanto com o mundo físico como, também, com o seu mundo social. E, por isso, entende o projeto *“(...) como ato intencional de uma transformação a impor ao mundo ambiente.”* (ib. p. 56).

Portanto, um pensamento que julga estar situada na faculdade de projetar a raiz de toda atividade prática humana e, por isso, entende como técnica o nome dado à mediação exercida pelas ações humanas, diretas ou armadas de instrumentos, na consecução das finalidades que o homem concebe para lutar contra as resistências da natureza e para instituir relações sociais de convivência. Assim, enquanto o projeto significa o relacionamento da ação a uma finalidade, em vista da qual são preparados e dispostos os meios necessários e convenientes à consecução dessa mesma ação, a técnica consiste na mediação para a obtenção das finalidades propostas e, por isso, define, em primeira instância, uma qualidade do ato material produtivo que surge quando a partir de muitas noções experimentais, se depreende um único juízo universal, aplicável a todos os casos semelhantes.

Desse modo, a segunda lição a ser apreendida é a de que nem todo ato humano poderá receber o qualitativo de ser *técnico*, mas somente aqueles *"(...) praticados com a consciência exata do que significam enquanto meios para alcançar um fim."* (ib. p. 176). Isto é, um ato somente poderá ser considerado *técnico* quando a ele anteceder o projeto. E, finalmente, a terceira lição é a de que a técnica "(...) *tem que ser entendida em função do homem, e nunca em função dos procedimentos e métodos que emprega ou das máquinas e aparelhos que consubstanciam operações."* (Ib. p.191). Não é a técnica que determina o destino do homem, mas, pelo contrário, é o homem quem determina o destino da técnica.

1.5- O conceito de produção e de 'novas tecnologias'

Para Álvaro Vieira Pinto, somente o homem deve ser considerado um animal que produz, pois é exatamente nesse atributo que se encerra a essência de sua realidade.

> "Os animais inferiores não produzem, por ser a natureza que produz para eles tudo quanto necessitam, ao produzi-los tal como devem ser para subsistir nas condições onde têm de viver. Mas, no homem, cessou o patrocínio direto da natureza, ou melhor, o animal humano foi dotado do recurso de que necessitaria para resolver por si suas contradições com o meio. Tal recurso foi a posse de um sistema nervoso suficientemente desenvolvido para elaborar em forma de ideias abstratas universais, o reflexo da realidade é capaz de comandar a produção, pelo indivíduo, dos meios de vencer as dificuldades opostas à satisfação de suas exigências. Por conseguinte, a fórmula que a natureza encontrou para realizar o tipo qualitativamente superior de animal que será o homem foi investi-lo da função de produtor." (ib. p. 61).

Com relação aos aspectos que vão caracterizar esse caminho seguido pelo homem, temos, em primeiro lugar, o fato de o homem ter adquirido a capacidade de projetar, ou seja, a condição necessária para que ele pudesse ingressar nesta segunda via e, em segundo lugar, o fato de o homem ter se tornado um ser social justamente para poder, por este modo, produzir. E se assim é, então a razão de ser de todo projeto humano é a produção, isto é, a necessidade que o homem tem de produzir, para que possa garantir a sua existência. Mas, como produzir significa obedecer às qualidades das coisas e agir de acordo com as leis dos fenômenos objetivos, seguindo os processos mais hábeis possíveis em cada fase do conhecimento da realidade, então, é muito razoável aceitar que a técnica esteja implícita na faculdade de projetar, pois, do contrário, o ato de projetar não teria o menor sentido.

> “Vê-se, portanto, que a técnica é coetânea com o surgimento do homem. E isto em duplo sentido: (a) porque resultam ambos da mesma função que os órgãos cerebrais são capazes já então de efetuar; (b) ainda mais, porque se explicam pela mesma necessidade, a produção da existência.” (ib. p. 62).

E é com esse raciocínio que Álvaro Vieira Pinto abre-nos, então, a compreensão do conceito de ‘novas tecnologias’. Para começar, verificamos que a expressão ‘novas tecnologias’ refere-se a toda e qualquer época da história, desde que o homem se constituiu em ser capaz de elaborar projetos, organizar suas ações e, finalmente, produzir ou realizar os objetos. Portanto, ‘novas tecnologias’ é apenas a expressão através da qual o homem da atualidade procura exaltar e diferenciar suas condições de existência em relação, por exemplo, aos ‘tempos modernos’, muito bem retratados por Chaplin (1936). E isso é fato, pois,

> “(...) o salto representado pela habilidade de polir a pedra, em contraste com a simples fragmentação, tem alta importância que pode ser utilizado como manifestação divisória de dois períodos multimilenares da evolução humana. A passagem, posterior, à agricultura, à domesticação de animais e à produção de utensílios de barro são fatos de transcendência comparável a da chamada Revolução Industrial dos tempos modernos e, na atualidade, à introdução das novas fontes de energia obtidas das reações nucleares.” (ib. 63.)

Daí, a razão pela qual Álvaro Vieira Pinto sustenta que a história da técnica tem de ser a história das produções humanas, integralmente, entendidas a partir do contexto social do produtor, uma vez que toda ação técnica está obrigada a seguir certos caminhos, reconhecidos úteis no correspondente momento do progresso humano. Afinal, a escolha dos materiais e a forma a eles dada obedecem às finalidades a que os objetos se destinam, as quais por isso só podem ser aquelas efetivamente proveitosas, apenas abandonadas quando se descobrem outras de maior proveito. Em suma, o que esse autor nos diz é que as sociedades atuais não estão nem mais nem menos dominadas pela técnica do que as antigas. Apenas ocorre que, enquanto nas sociedades atuais é maior a amplitude de escolhas, nas sociedades ditas primitivas, a onipotência da técnica é maior.

> “Esse rigor tem por fundamento uma justificativa racional, considerando-se o estado relativo do desenvolvimento da razão nessa fase histórica, pois sendo, ainda bastante diminuta a base de conhecimentos verdadeiros a respeito do mundo, só propiciam um conjunto muito limitado de operações produtivas. Toda proposta inventiva, sendo uma alteração das normas técnicas em vigor, nas quais o grupo confia cegamente, reveste-se de indiscutível perigo para a sobrevivência do grupo, que a julga compreensivelmente criminosa e sacrílega.” (ib. p. 66).

Com isso, a quarta lição a ser apreendida é a de que um aspecto importante da criação inventiva é a sua contraditoriedade, pois qualquer proposta de realização original vem sempre carregada de duplo sentido.

> “Se por um lado pode efetivamente trazer uma contribuição eficaz, que viria enriquecer as possibilidades de expansão do domínio humano sobre a natureza, por outro lado, sendo também frequente haver propostas temerárias e sem condições de utilização, a experiência delas constituiria um risco para o patrimônio de hábitos, ou seja de técnicas, que a comunidade consagrou e guarda, e com o qual, bem ou mal, vem enfrentando o desafio da realidade.” (ib. pp. 66-67).

Em outras palavras, não se sabendo de antemão o que irá resultar na transformação dos hábitos, pelo acréscimo de um novo maquinismo – por exemplo, a inserção do computador no âmbito da prática letiva da matemática, que é o tema de interesse desse estudo – muito natural que predomine o sentimento de incerteza e aumente a angústia e a insegurança de todos, principalmente, se tivermos em conta que as vantagens oferecidas por uma nova conquista do conhecimento sempre estabelece a possibilidade de alterações nas relações de poder dos homens uns com os outros.

Contudo, como nos diz Álvaro Vieira Pinto, o que é de fato contínuo e permanente durante um processo de produção humana é somente a qualidade ‘técnica’, que se tem de atribuir à ação humana condicionada a uma finalidade produtiva. Mas, por oposição a essa determinação geral e ininterrupta, verifica-se que as técnicas de cada fase da história da produção humana são de tipo diferente, havendo momentos em que o teor e a significação de certas descobertas objetivas ou de interpretação científicas originais ocorridas em determinado instante orientam o desenrolar da produção para um plano qualitativamente novo.

E essa é razão pela qual vou, desde já, excluir toda e qualquer espécie de consideração que, de alguma força, procure privilegiar a época atual, nela fundando as concepções sobre o significado da técnica, como se, somente agora, essas especulações se tivessem tornado possíveis e fossem justificadas pelo tipo particular de procedimentos tecnológicos atualmente em uso. Sem dúvida que a técnica, enquanto processo, é sempre o surgimento de algo novo que quantitativamente pode alcançar proporções tais que o revistam de aspectos qualitativamente originais. Contudo, no essencial, esse é um tipo de situação que também existiu em épocas passadas.

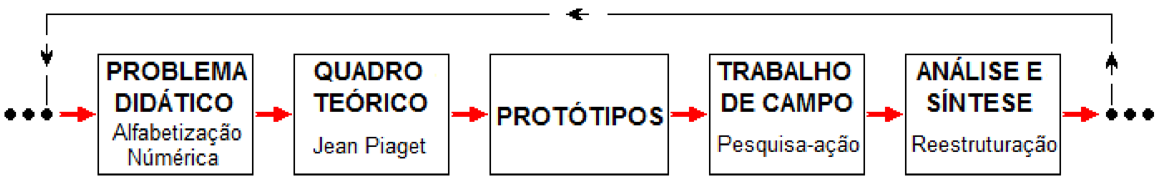
> "Se não foi objeto de apreciação e discussão, tal fato não se deve a que os contemporâneos não se sentissem maravilhados com as realizações tecnológicas do tempo, mas à circunstância de o campo de influência dos efeitos das técnicas mais elevadas de produção ser limitado a pequenos grupos sociais que se contentavam em delas imediatamente usufruir resultados úteis, sem se entregarem a cogitações então ociosas". (ib., p. 238).

2- Caracterização da Pesquisa

Este trabalho tem por objetivo apresentar de modo justificado o processo de desenvolvimento e implementação de uma escritura eletrônica – a qual denomino 'micromundo hipertextual' – para, em seguida, descrever e analisar os dados recolhidos com a disponibilização desse recurso computacional na internet e, por fim, apresentar o projeto 'livro de areia' como uma proposta para a inserção do computador do dia a dia da sala de aula de matemática. Em síntese, uma variação do micromundo hipertextual estabelecida a partir da utilização dessa mesma escritura eletrônica na minha prática letiva como professor de matemática em salas de aula dos ensinos fundamental e médio. Portanto, um estudo sociocultural de base empírica, concebido e realizado em estreita associação com diferentes ações, em que o pesquisador e os sujeitos representativos de cada situação sempre estiveram envolvidos de modo participativo.

Em linhas gerais, trata-se de um desdobramento de minha pesquisa de mestrado, em que os resultados foram o software GHOBAR (Ferreira da Silva, 1997) cuja finalidade é oferecer um ambiente de investigação para que a criança, através da contagem, possa estabelecer considerações acerca dos aspectos cardinal e ordinal do número e o *método clínico em ação* que, além de viabilizar a criação, implementação e avaliação do aplicativo GHOBAR, me possibilitou continuar a pesquisa a partir da minha prática docente. A consequência foi o micromundo hipertextual que – embora seja um produto – é, antes disso, um salto qualitativo em relação aos meus desenvolvimentos anteriores de recursos computadorizados voltados para o processo de ensino e aprendizagem, e, por isso, um produto que agrega, tanto em sua realização como em sua utilização, diferentes técnicas de estudo no sentido de procurar estabelecer uma estrutura coletiva, participativa e ativa para a captação de informações.

Quanto ao método clínico em ação, trata-se de uma estratégia de pesquisa que se desenvolve em cinco etapas: 1) após fixar um problema didático pertinente ao processo de ensino e aprendizagem da matemática, levanta considerações epistemológicas sobre a construção de conceitos matemáticos, a fim de procurar uma possível solução para o problema didático fixado; 2) implementa, segundo o quadro teórico estabelecido, um rol de tarefas computadorizadas visando atender à demanda pré-estabelecida; 3) aplica essas mesmas tarefas computadorizadas em situações de sala de aula; 4) avalia os limites e possibilidades do rol de tarefas enquanto ambiente desencadeador de ações que possam favorecer o aprendizado dos conceitos matemáticos envolvidos; 5) e, finalmente, reestrutura esses aplicativos para que novas avaliações possam ser feitas.



O **método clínico em ação** foi a estratégia de pesquisa utilizada para a implementação do aplicativo GHOBAR. Em suma, uma estratégia de ação que oferece ao pesquisador a possibilidade de seguir a lei dialética da negação da negação. Ou seja, negar a técnica estabelecida, no ato que dela se utiliza para chegar a uma nova técnica, mais eficiente, que suprime à anterior e será por sua vez superada.

Portanto, um processo de permanente reorganização que — incorporado à dinâmica da sala de aula — me conduziu, de modo natural, aos princípios que alicerçam o *processo de investigação inter e transdisciplinar* proposto por Maria Lúcia Rodrigues (2006, pp. 13-32). Especificamente, o princípio *dialógico* que *“(...) requer a conjugação e a associação de instâncias contraditórias relacionadas a um* *determinado fenômeno e, por isso, propõe a convivência de antagonismos e oposições*"; o princípio da *recursão organizacional* que *"(...) evoca a imagem do redemoinho, processo no qual cada momento é simultaneamente produzido e produtor"* e; finalmente, o princípio *hologramático* que *"(...) ultrapassa a tendência ao reducionismo, que somente vê as partes, e também ao holismo que somente vê o todo"*. (ib. pp 20 – 21)

E, ao fazer isso, acabei inserindo em meu exercício de investigação os seguintes componentes: 1) <u>distinção entre teoria e método</u>: *"(...) a teoria é o engrama, e o método é a ação concreta que precisa de estratégia, iniciativa e invenção (...) o método é a práxis que regenera o que foi estabelecido como geral e definitivo. Assim, a teoria não é o fim do conhecimento, mas um meio-fim inscrito numa recorrência permanente."* (p. 23); 2) <u>operadores cognitivos intervenção</u>: são construídos no percurso da pesquisa ou da prática profissional a partir das relações sujeito-objeto, sujeito-sujeito e sujeito-sociedade. "(...) *são todos interligados e atuam em sinergia, embora* [em função do tipo de fatos encontrados na realidade estudada] *se possa preferir esse ou aquele num dado momento."* (p. 24). Observe que, correlato a isso os demais meios de investigação, tais como entrevistas, observações, questionários entre outros, constituem a matéria instrumental subsidiária e substantiva desses operadores, no percurso da investigação; 3) <u>interdisciplinaridade</u>: corresponde a um espectro mais ampliado de ação que, no caso desse estudo, corresponde à interlocução entre diferentes tendências da Educação Matemática, evitando que elas se estreitem ou se cristalizem no interior de seus respectivos domínios e, finalmente; 4) <u>transdiciplinaridade</u>: é a ultrapassagem das fronteiras disciplinares e, por isso, supõe níveis mais abrangentes de apreensão da realidade sociocultural e, também, considera a pluralidade dos níveis de consciência em relação à vida e ao mundo.

Sendo assim, isso nos permite caracterizar esse estudo como uma pesquisa multidimensional, tendo em vista ser um processo investigativo que procura contemplar os traços de questionamento das dicotomias e de abertura para as incertezas cognitiva e de ação. E, por isso, *"(...) não se limita a um conceito ou estruturas axiomáticas definitivas; alimenta-se essencialmente de fatos da vida natural, social e por um sistema de pensamento abrangente e flexível, não avesso às incertezas, ao erro, aos conflitos, às transgressões".* (ib. p. 22).

PRIMEIRO MOVIMENTO
Caminho entre caminhos

1 – Introdução

No Brasil, embora os computadores para uso pessoal estivessem disponíveis ao mercado consumidor interno antes de meados da década de 1980, a intensificação de consumo desse tipo de utensílio doméstico não ocorreu antes do início da década de 1990. Portanto, um quadro social que antecipa a presença de pelo menos dois períodos históricos distintos para o consumo brasileiro de computadores pessoais. O primeiro, em que a fruição do consumo ficou atrelada ao Plano Nacional de Informática (Lei n° 7.332 de 30 de outubro de 1984) ─ que, por oito anos, limitou o consumo interno brasileiro aos produtos das indústrias nacionais de *hardware* ─ e o segundo período, a partir do qual o consumo interno passou a ser regido em consonância com o gradativo relaxamento dos empecilhos à importação de *hardware e*, principalmente, de *software*.

Com relação à tímida aproximação entre o usuário comum e o computador, durante a primeira fase de consumo, é provável que, depois do alto preço de venda praticado pelo mercado interno, o maior impedimento tenha sido o que esse novo utensílio doméstico podia, de fato, oferecer aos seus potenciais consumidores[10]. Nesse sentido, vale recordar que, embora o mercado brasileiro já oferecesse uma relativa diversidade de *hardware,* não existia ainda um sistema operacional 'amigável' como os oferecidos atualmente pela tecnologia *desktop* e nem tampouco havia disponibilidade de programas específicos como, por exemplo, os atuais editores de textos, editores gráficos e planilhas de cálculos. Desse modo, utilizar um computador pessoal no primeiro período de consumo era, antes de tudo, saber ou, pelo menos, querer programá-lo[11].

---

[10] Em 1988, o preço para a venda de um equipamento mais em conta – leia-se: uma unidade central de processamento – estava em torno de 500 dólares (cf. ZUFFO 1988 p.3). Portanto, comparado ao valor de um laptop popular atual, o preço para a venda de um computador pessoal, em 1988, era no mínimo o dobro do preço que é praticado atualmente no Brasil.

[11] Para informações mais detalhadas sobre a variedade de plataformas disponíveis no Brasil durante o primeiro período de consumo, sugiro ao leitor consultar a *Enciclopédia prática de Informática* (1984).

Porém, foi a partir desse peculiar funcionamento dos computadores pessoais disponíveis no Brasil, que os primeiros consumidores e receptores dessas novas máquinas irão ─ senão imprimir ─ pelo menos legitimar no imaginário comum a cultura da linha de comando e, com isso, garantir a esse novo utensílio um lugar de destaque na galeria dos bens culturais de consumo. E, ao fazerem isso, esses usuários estabeleceram a base para um novo contexto sociocultural, o qual acabou favorecendo a realização de minhas primeiras experiências com o computador na prática letiva da matemática.

2 – A cultura da linha de comando

Como dito anteriormente, na primeira fase brasileira de consumo dos computadores pessoais, os aplicativos ou *software* ainda não estavam subsumidos ao *hardware,* tal como ocorre com os atuais sistemas operacionais e aplicativos disponíveis no mercado. Desse modo, a utilização de um aplicativo mais específico como, por exemplo, uma planilha de cálculo, não podia ser orientada por uma simples escolha entre uma determinada planilha A ou outra planilha B. Mas, sim, pela tarefa não muito simples de programar algoritmos eficientes que transformassem esse mesmo computador em uma planilha de cálculo. Por isso, o longo apelo de Santos em 1986.

> "É urgente compreendermos a lógica da política de informática no Brasil, para que sejam entendidas as forças que formam o ciclo de dependência e, a partir daí, buscar seu rompimento. Certamente, tão cedo o Brasil não conseguirá alcançar os países centrais quanto aos processos de fabricação de *hardware* e concepção de *softwares*, pois a tecnologia nesta área é surpreendentemente rápida. Mas não podemos relegar o imenso potencial dos brasileiros, que pode ser usado para produzir o bem mais precioso e mais necessário para a adequada informatização da nossa sociedade – o *software*, ou programas, sem os quais os computadores são meros pedaços frios e inúteis de tecnologia. Hoje o software é muito mais caro e difícil de conseguir do que o hardware, e é precisamente aí que temos que construir a nossa chance. Depende da vontade política dos nossos governantes e da atuação constante das categorias sociais, 'já que a discussão da legislação de software foi adiada para a "Nova República". (p. 69).

Sendo assim, não é difícil ver, que durante a primeira fase de consumo, o real oferecido ao usuário brasileiro foi o resultado de uma política governamental que, em contrapartida ao crescimento da indústria de *hardware*, somente promoveu a estagnação da indústria brasileira de *software*. E, por isso, vai impor ao consumidor brasileiro da década de 1980 uma realidade não muito diferente daquela experimentada pelos consumidores dos países centrais ou áreas dominantes, até o início da década de 1980. Daí, a razão pela qual não raro era nos depararmos com singelos projetos para a utilização do computador como, por exemplo, foi a proposta oferecida por um engenheiro da Intel para defender a fabricação em massa dos computadores pessoais.

> "Em meados da década de 1970, (...) um engenheiro da Intel convocou uma reunião do conselho de diretores da companhia para fazer uma defesa veemente da fabricação de um computador pessoal. Expôs sua visão de futuro em que consumidores comprariam máquinas digitais para suas casas tal como então compravam televisões, aparelhos eletrodomésticos e aspiradores de pó. (...) Mas o conselho quis uma resposta para uma pergunta que hoje nos parece óbvia: o que iriam as pessoas fazer com esses computadores pessoais? Espantosamente, o engenheiro não tinha uma resposta satisfatória: a perspectiva mais convincente que apresentou envolvia o arquivamento de versões eletrônicas de receitas culinárias." (Johnson, 2001, p. 109).

Fato ou não, o importante é que essa passagem evidencia um aspecto marcante da cultura informática inerente à primeira fase de consumo no Brasil. Em síntese, o senso comum que, de modo paradoxal, reverenciava o computador e, ao mesmo tempo, não sabia dizer exatamente o que iria ou poderia fazer com ele.

Com relação às circunstâncias que contribuíram para a presença desse imaginário comum, vale destacar a confluência entre unicidade de linguagem e incompatibilidade de diálogo promovida pela indústria nacional de *hardware.* Em termos práticos, qualquer unidade de processamento adquirida no mercado interno brasileiro trazia, em sua memória residente, a linguagem BASIC[12]. Mas, como as sintaxes dessa mesma linguagem variavam sensivelmente de equipamento para equipamento, a norma instituída pela indústria foi a de que um programa escrito em uma determinada unidade de processamento, somente, podia ser executado novamente a partir de uma plataforma que fosse idêntica à primeira. E isso, desde que as rústicas unidades de leituras fugissem à regra e cumprissem, de modo satisfatório as suas atribuições.

[12] Conforme Pimentel (1988, Prefácio), (...) "a linguagem BASIC – *Beginner's All-purpose Symbolic Instruction Code* – foi criada nos EUA com a finalidade de ser uma linguagem para iniciantes na programação de computadores." Entretanto, vale ressaltar que, após o seu surgimento em 1964, a BASIC vai se tornar, até o início da década de 1990, a mais difundida linguagem de programação de computadores.

Acrescente-se a isso o preço pouco convidativo dos computadores, e o que iremos vivenciar é um mercado que não apenas vai restringir o número de consumidores, como, também, fragmentá-los em guetos de solitários programadores que ─ pelas reverências aos seus misteriosos códigos e enfadonhos monitores ─ somente reforçaram um dos principais apelos de marketing da indústria brasileira de computadores pessoais, o qual procurava agregar aos usuários dos computadores pessoais uma aura de genialidade. (Figura 1).

Portanto, um conteúdo não muito diferente do brilhantismo que é atribuído à maioria dos poucos estudantes que agem com autonomia frente às demandas do ensino da matemática que, por sua vez, ficará sintetizado de modo insofismável pela chamada publicitária *“o mundo é dos experts.”* E, finalmente, quanto à forma, manipulação que ─ ao apresentar o computador enquanto elaboração de um produto cultural superior ─ ocultava do consumidor brasileiro uma política governamental que apenas oferecia *mais-vida* aos maquinismos já obsoletos nos países centrais[13].

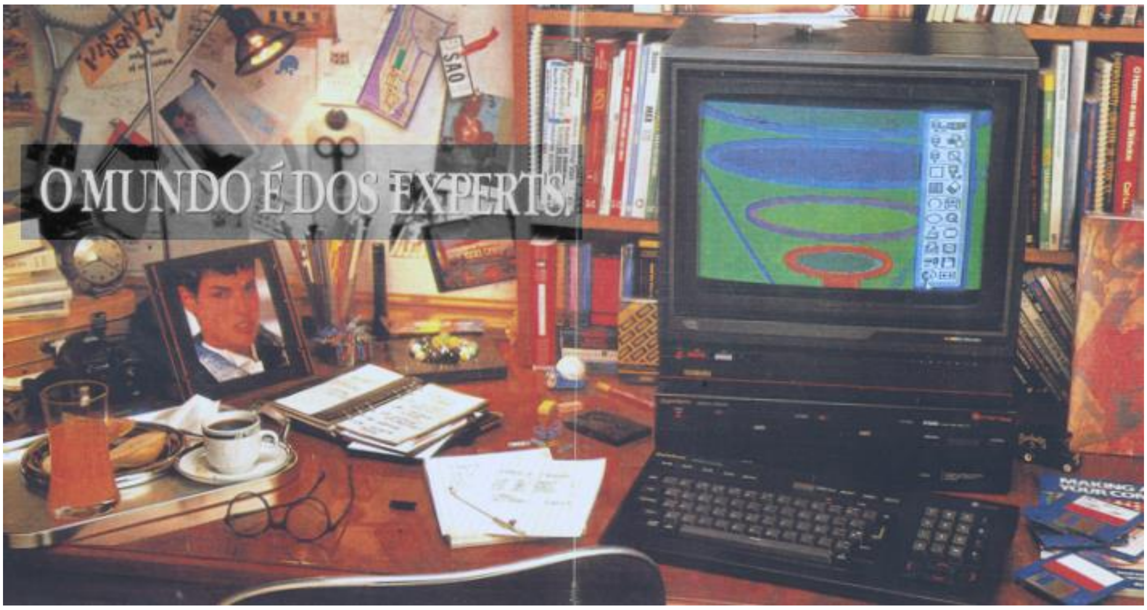


Figura 1: Chamada publicitária ─ “*O MUNDO É DOS EXPERTS*” ─ para os microcomputadores *Expert Plus* (Imagem extraída da Revista MSX Micro - Ano III. São Paulo: Edições Paulinas, 1991).

[13] *“(...) a caducidade efetiva [de uma tecnologia] em relação ao meio interno altamente desenvolvido não significa total imprestabilidade, porque existe o recurso da exportação para os países atrasados, onde a maquinaria velha ou técnicas superadas podem adquirir vida nova, um acréscimo de vida, e portanto de valor, dado pelo estado de deficiência cultural e econômica do país receptor. Trata-se de uma modalidade peculiar de mais-valia que se pode denominar mais-vida*” (Vieira Pinto, 2005, p. 273).

Contudo, foi da transposição involuntária desses condicionantes sociais ao plano das ideias – transposição essa que vamos denominar *cultura da linha de comando* ou *cultura da programação* – que uma parcela dessa primeira geração de usuários irá, cada um ao seu modo, contribuir para as primeiras inserções do computador no ambiente escolar brasileiro, as quais ─ como bem assinala Tavares (2003) na sua apresentação do projeto EDUCOM e exemplifica esse primeiro movimento de meus estudos ─ ocorreram de modo predominante nas grandes escolas particulares.

> "O projeto EDUCOM surgiu em uma época histórica particular, pois o país ainda vivia na reserva total de mercado[14], ou seja, não era possível adquirir equipamentos e softwares estrangeiros. (...) Estamos falando do começo da década de 80 e as iniciativas relacionadas à informática educacional eram desenvolvidas em escolas particulares e pouquíssimas universidades." (p. 2).

Observe que, em relação ao meu particular contexto de trabalho como professor de matemática, os principais fatores que contribuíram para a ação dos primeiros usuários de computador nas escolas particulares foram, por um lado, o fato de serem esses agentes a cabeça-de-obra disponível para substituir ─ nas estruturas corporativas básicas das grandes redes particulares de ensino ─ as gerências de nível médio pela automação *inteligente* e, por outro lado, o Plano Nacional de Informática que, ao definir o papel das universidades brasileiras em acordo com o ideário do Movimento Brasil-Informática, tornou visível o movimento das universidades públicas brasileiras para a criação de cursos de graduação em informática. Assim, muito natural que as primeiras inserções do computador no ambiente escolar tenham ocorrido de forma predominante na rede privada de ensino. Afinal, esse era o lugar onde se encontrava, atenta ao novo e promissor mercado da informática, a grande maioria dos futuros universitários brasileiros.

E foi essa unidade, entre a posse dos instrumentos lógicos e materiais necessários para uma nova realização e a exigência desta por uma parte da sociedade, que acabou favorecendo os meus primeiros estudos sobre o uso do

---

[14] Nesse aspecto, uma correção se faz necessária. A reserva de mercado à indústria nacional de microcomputadores e de computadores de uso pessoal não incluía os computadores de médio e grande porte. E isso, como bem pontuou Schildt (1989, pref. X), porque as grandes indústrias, em pleno processo de automação do trabalho não especializado, já estavam de olho na automação do gerenciamento de nível médio.

computador na prática letiva da matemática, os quais ocorreram em uma grande escola particular (Escola X) no período de 1988 a 1992.

Finalmente, com relação à relevância dessas experiências para a minha pesquisa, ela se traduz pela possibilidade de antever e contrapor algumas das principais tendências da Educação Matemática com a ortodoxia do Ensino Tradicional Vigente. Por isso, antes de passarmos aos relatos e análises dessas experiências, devo salientar que não se trata de discorrer, nem mesmo abreviadamente, sobre as tendências da Educação Matemática expostas pelas diversas personalidades atuais ou recentes. Mas, sim, em dizer algumas palavras sobre uma ou outra tendência, da qual me sirvo como amostra e de cujas proposições retiro algum proveito para a minha própria reflexão, em virtude das sugestões críticas a que me levam.

3 – O computador no ambiente escolar

3.1 – O aplicativo FUNÇÕES

A minha primeira experiência de utilização do computador na prática letiva da matemática ocorreu durante o ano letivo de 1989, após um longo trabalho de programação, que resultou no aplicativo computadorizado FUNÇÕES. Em resumo, um *software* desenvolvido a partir de uma unidade de processamento TK-90X (Figura 2), cujo objetivo específico era gerar um ambiente que me possibilitasse, enquanto professor de matemática, apresentar e discutir algumas relações entre as representações analíticas e gráficas das funções afins e quadráticas. Em suma, um editor gráfico que ─ uma vez inseridos os parâmetros de uma função ─ oferecia ao usuário o esboço do gráfico e a análise das variações dos sinais dessa mesma função.

Figura 2: O aplicativo FUNÇÕES foi programado em uma unidade de processamento TK-90X com 48 *Kbites* de memória que, acoplada a uma televisão, utilizava como unidade de leitura um gravador de fita cassete. Na imagem, uma fotografia do computador utilizado nas minhas experiências e um dos muitos esquemas pictóricos contidos em seu manual de operação. (TK-90X,1985 p.I-16)

Quanto às diretrizes que nortearam o trabalho de criação desse aplicativo computadorizado, a primeira delas foi fruto da necessidade de se adequar o projeto aos limites do suporte físico disponível para a sua utilização. Isto é, uma televisão de 29 polegadas acoplada a um videocassete, que somente podia ser utilizada na sala de audiovisual da Escola X[15]. A segunda diretriz emergiu espontaneamente do pó de giz de minhas aulas de matemática que, por essa época, eram regidas pela estreita mobilidade que nos oferece a concepção de educação que reduz a prática letiva ao Ensino Tradicional Vigente. Assim, muito natural que o resultado tenha sido um *software* com a finalidade única de ilustrar as minhas aulas de matemática, pois, como bem assinalou Baldino (1995),

> "No ensino tradicional vigente (...) espera-se ver os alunos em fileiras e o professor de pé, em frente do quadro, falando (...) [É uma perspectiva] que se assenta sobre uma concepção epistemológica: pensa-se que o professor transmite o conhecimento falando e que o aluno aprende vendo". (p. ??).

No que se refere à funcionalidade do aplicativo FUNÇÕES na sala de aula, ela foi sempre insatisfatória. Em primeiro lugar, pela necessidade de deslocamento dos estudantes para a sala de audiovisual que ─ por ser o espaço mais disputado pelos professores da Escola X ─ tinha que ser agendada com antecedência. No entanto, como raramente a disponibilidade desse espaço coincidia com a minha real necessidade de utilização do aplicativo, a solução foi restringir o uso desse aplicativo para aulas de recapitulação ou aulas de reforço.

A segunda dificuldade funcional do aplicativo FUNÇÕES foi proveniente da pouca confiabilidade e morosidade de leitura do gravador de fita cassete que acabavam comprometendo os cinquenta minutos de aula disponíveis para o uso do aplicativo. Daí a razão pela qual ─ antes de abandonar definitivamente o uso desse aplicativo no final de 1989 ─ decidi substituir o automatismo calculado pelo automatismo das técnicas televisuais, isto é, trocar a imagem numérica pela imagem ótica. Assim, ao invés de gerar as imagens ou gráficos das funções em tempo real, passei a oferecer um rol de imagens previamente escolhidas e gravadas em videocassete.

---

[15] Vale recordar que, no final da década de 1980, o binômio '*televisão de 29 polegadas e vídeo cassete*' era um dos ícones de consumo e, por isso, de acesso restrito às classes alta e média alta dos consumidores brasileiros.

E foi dessa substituição do binômio *computador-televisão* pelo binômio *videocassete-televisão* que surgiu o meu vislumbre para, pelo menos, duas diferentes técnicas figurativas para a inserção do computador no âmbito das aulas de matemática.

> “De um lado, os modelos óticos de figuração, que tiveram origem com a perspectiva (...) e, em particular a câmara obscura, protótipo dos modelos fotomecânicos. Estes modelos produzem imagens (pintura, fotografia, cinema e vídeo) como duplo do real, as quais dependem de uma fé perspectiva em uma aderência ao mundo real como lugar das coisas e dos fenômenos. (...) Do outro lado, teríamos os modelos numéricos e digitais responsáveis pelas imagens de síntese, imagens e realidades virtuais, auto-referentes. Se alguma coisa preexiste à imagem de síntese, é o programa, isto é, os números (algoritmos): ‘a imagem não mais representa o real, ela o simula’”. (Parente, 1999, p.15).

O segundo efeito das sondagens com o aplicativo FUNÇÕES se traduz pela minha constatação[16] de que os modelos de simulação numérica, por serem suscetíveis de modificação, oferecem certa plasticidade de movimento ao professor. E isso, porque o aplicativo FUNÇÕES, ao viabilizar o processamento das imagens em tempo real, desobrigava-me de fixar previamente um rol de representações gráficas a serem apresentadas aos estudantes, tendo em vista que as imagens dos gráficos podiam ser geradas em acordo com as diferentes demandas inerentes ao contexto particular de cada sala de aula.

O terceiro e último efeito dessas ações foi acelerar a consecução de um projeto sugerido pela direção da Escola X para a criação de uma pequena sala com seis microcomputadores, cujo objetivo era oferecer cursos de introdução à programação aos estudantes interessados e dispostos a pagar por isso. Portanto, uma tentativa de inserção do computador na prática letiva, mas, cujo resultado foi somente a instalação desse novo ferramental em um espaço autônomo e distante da sala de aula.

Contudo, foi nesse novo espaço denominado *sala de informática* ─ cujo diferencial em relação às sondagens anteriores estava na transferência do controle da máquina para as mãos dos estudantes ─ que, durante os quatro anos seguintes,

[16] A conotação do termo “constatação” é o da evolução que culmina no ato autenticamente heurístico. Ou seja, “(...) na apreensão algumas vezes súbita, chamada pelos psicólogos *insight*, ou vislumbre intelectual de uma correlação de ideias não previsível pela interação dos conhecimentos adquiridos.” (Vieira Pinto, 2005 p.238).

pude continuar os meus estudos sobre a utilização do computador na prática letiva de matemática.

3.2 – A matemática na sala de informática

3.2.1 – A metáfora do ambiente de programação

Como a diretriz estabelecida para o funcionamento da *sala de informática* era oferecer cursos de introdução à programação, a minha estratégia de ação para os primeiros experimentos foi utilizar o ambiente de programação como metáfora para a investigação e construção de conhecimentos matemáticos.

Proveniente do meu trabalho de implementação do aplicativo FUNÇÕES, a metáfora do ambiente de programação é uma estratégia de modelagem, cuja gênese se encerra naquele que – ao elaborar um programa dessa natureza – apreende que à imagem gerada pelo computador preexiste um algoritmo que precisa sintetizá-la em toda sua complexidade, conforme as leis racionais que a descrevem e a explicam.

Para ilustrar isso, vamos extrair do aplicativo FUNÇÕES duas dificuldades de programação encontradas durante a elaboração do algoritmo que viabilizava ao usuário explorar as configurações gráficas de uma função real do tipo $y = a.x + b$, com manipulações nos parâmetros **a** e **b**. Especificamente, refiro-me às dificuldades inerentes ao fato de que, em sua forma bruta, a representação gráfica oferecida pela linguagem BASIC disponível, afora ser discreta, não correspondia à forma usual pela qual o plano cartesiano é representado através de seus eixos x e y. (Figura 4).

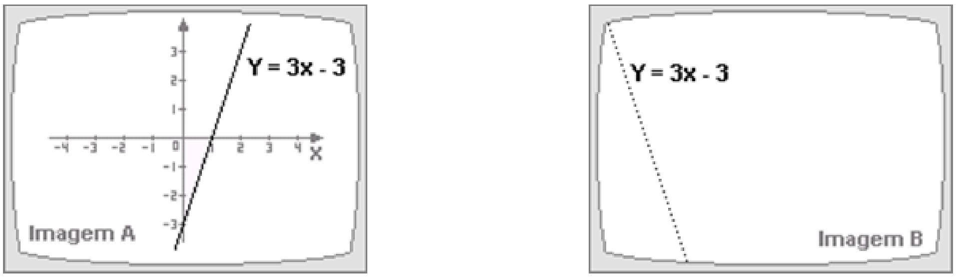


Figura 4: Na confecção de uma das rotinas gráficas do aplicativo FUNÇÕES*, se* por um lado, a representação gráfica fornecida pelo programa (imagem A) reproduz uma configuração ótica já consagrada pela matemática; por outro lado, isso somente foi possível a partir de transformações pontuais e ajustes na imagem real oferecida pela linguagem BASIC. (imagem B).

Ora, se considerarmos que para oferecer ao usuário a visualização do gráfico da função $\boldsymbol{y = a.x + b}$ na sua representação usual, a função gerenciada pelo computador é do tipo *y = (-1).a.x + ((**TOTAL_DE_PIXEL/2**) - b)*, então, não é difícil ver que, em relação aos conceitos matemáticos envolvidos, a possibilidade de investigação do usuário fica bastante restrita, se comparada àquela que é oferecida ao programador durante a elaboração e implementação do programa.

Quanto aos resultados ou efeitos das experiências que realizei a partir do ambiente de programação, o primeiro se traduz pelo efetivo processo de desequilibração de minha concepção sobre a prática educativa que, de início, ainda estava atrelada a uma postura bem tradicional de ensino. Nesse sentido, vale observar que as atividades mais significativas para esse processo de desequilibração foram aquelas associadas a tarefas que, no âmbito de suas concretizações, passaram a exigir que eu aceitasse soluções corretas, porém diferentes do esperado. Por exemplo, a tarefa OS QUATRO QUATROS, cujo desafio é escrever de um até dez usando, para cada número, quatro quatros e as operações aritméticas básicas (Quadro 1). Note-se que, aos olhos de hoje, é uma atividade que me ofereceu condições para romper com aquilo que Skovsmose (2000) denomina *paradigma do exercício*. Afinal, *"(...) a premissa central do paradigma do exercício é que* [para uma determinada tarefa matemática] *existe uma, e somente uma resposta correta."* (ib., p. 16).

OS QUATRO QUATROS

No livro *O homem que Calculava*, de Malba Than (1956, p.39-40/16ª ed.), o autor afirma que "*com quatro quatros pode-se escrever um número qualquer desde 1 até 100, com exceção, talvez, do número 41*".

Por exemplo: "*Quer formar o zero?*

Nada mais simples. Bastará escrever: 44 – 44 = 0"

E assim, Malba Than prossegue e apresenta uma solução para cada um dos números de 1(um) até o 10 (dez).

Portanto, uma leitura que nos permite formular o seguinte problema:

Escrever de um até 10 usando, para cada número, quatro quatros e as operações aritméticas básicas.

Quadro 1: O processo de aplicação da tarefa OS QUATRO QUATROS *se constituiu como* atividade que, na perspectiva da metáfora do ambiente de programação, viabilizou ao pesquisador vivenciar, de modo pleno, um trabalho pautado em um ambiente do tipo cenário para investigação.

O segundo efeito dos experimentos com a metáfora da programação foi proveniente das dificuldades inerentes ao ambiente pouco amigável da linguagem BASIC para o trabalho com a geometria, o que acabou favorecendo-me experimentar, com relativa sistematicidade, a linguagem LOGO (Papert, 1986) e a sua *geometria da Tartaruga.*

> "A geometria da Tartaruga (...) ao invés de ser estática, é dinâmica. Além da posição, a tartaruga tem uma propriedade muito importante: tem "orientação". Um ponto euclidiano está em algum lugar – tem uma posição, e isso é tudo que se pode dizer sobre ele. Uma Tartaruga está em algum lugar – ela, também, tem uma posição – mas, além disso, está voltada para alguma direção – sua orientação." (Papert, 1986, p. 77-78).

Dito de modo mais específico, no ambiente LOGO, a tartaruga era representada por um pequeno triângulo que podia ser comandado na tela do computador, a partir de três estados: posição – onde ela se encontra na tela; direção – para onde ela está apontando; e objeto ─ se está usando o lápis (deixa o risco, ao se movimentar), podendo usar a borracha (apaga o risco, ao se movimentar) ou nada, isto é, nem o lápis nem a borracha (ao se movimentar, não deixa o risco e nem apaga o risco). (Quadro 2).

Comandos de posição	Comandos de direção	Comandos de objeto
parafrente [n° de passos] **paratrás** [n° de passos]	**paradireita** [n° de graus] **paraesquerda** [n° de graus]	**Uselápis** **Useborracha ...**

Quadro 2: Exemplo de alguns dos comandos para alterar os estados da tartaruga.

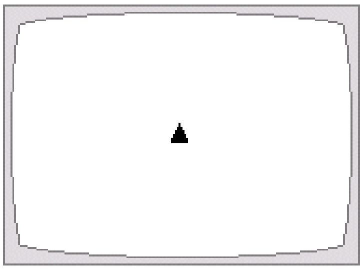
No tocante aos resultados obtidos com a geometria da tartaruga, os mais significativos foram aqueles associados a tarefas que, no âmbito de suas concretizações, viabilizaram aos estudantes romper com algumas centrações oriundas do Ensino Tradicional Vigente que somente favorecem a hipertrofia do espaço perceptivo.

> O espaço perceptivo não é (...) homogêneo, mas é centrado a cada momento e a zona de centração corresponde a uma dilatação espacial, sendo que a periferia desta zona está tanto mais contraída quanto mais se afasta do centro. (Piaget apud Battro, 1978, p. 49).

Para uma melhor aproximação dessa ideia, vamos nos remeter à solução apresentada por alguns estudantes para a seguinte tarefa: *"Desenhe um triângulo equilátero, cuja medida do lado seja igual a 50 passos de tartaruga".* (Figura 4).

Quanto às implicações pedagógicas inerentes à solução desse problema, se tivermos em conta que, em relação às propriedades do triângulo equilátero, as ações sugeridas pela educação matemática tradicional ficam, em geral, restritas aos aspectos lados e ângulos internos congruentes do triângulo, então é razoável aceitar que a solução apresentada para a tarefa no ambiente LOGO, ao tornar periféricas as centrações oriundas do ensino tradicional, ofereceu aos estudantes possibilidades para que outras propriedades do triângulo ─ nesse caso, o ângulo externo do triângulo enquanto suplemento de seu ângulo interno ─ pudessem vir em socorro da necessidade operatória da Tartaruga. Por isso, uma tarefa cuja solução trouxe, de maneira subjacente, a necessidade de alargamento no espaço perceptivo dos estudantes.

Imagem A



Comandos

paradireita 30

parafrente 50

paradireita 120

parafrente 50

paradireita 120

parafrente 50

Imagem B

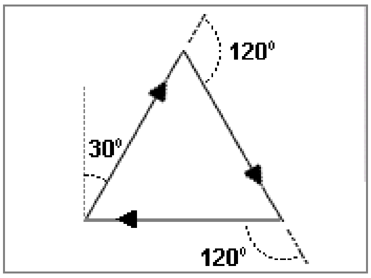


Figura 4: Na tarefa *"Desenhe um triângulo equilátero, cuja medida do lado seja igual a 50 passos de tartaruga", s*e a posição inicial da tartaruga for, por exemplo, o centro da tela (Imagem A), então a execução da tarefa impõe a necessidade de considerações abrangentes, no que se refere às propriedades matemáticas intrínsecas ao triângulo equilátero. No caso especifico dessa tarefa, é preciso considerar o complemento e o suplemento das medidas dos ângulos internos desse triângulo (Imagem B).

A segunda razão para a utilização do ambiente LOGO foi proveniente do insatisfatório resultado de meus esforços para ensinar programação aos estudantes com a linguagem BASIC, fortalecido pelo fato de que suprir as desvantagens da linguagem BASIC para o ensino de programação era exatamente um dos lemas em que se ancoravam as defesas sobre a pertinência da linguagem LOGO no ambiente escolar. (cf. Papert, 1886, p. 52). No entanto, como o que observei foi somente uma invariável e rápida queda no interesse dos estudantes em executar tarefas que envolvessem a programação de computadores, o resultado desses experimentos se traduz pelo indicativo de que, do ponto de vista prático, o impedimento para um trabalho dessa natureza não pode ser reduzido apenas ao problema da interatividade computador-estudante ou ao tipo de trabalho proposto. Nesse aspecto, defendo que é necessário também levar em conta os meios físicos que são oferecidos para a consecução das tarefas propostas, pois do mesmo modo que um trabalho de programação exige, daquele que o executa, um projeto e uma técnica, esse mesmo trabalho exige condições de tempo e espaço para a sua consecução que, no meu caso, não podiam ser oferecidos aos estudantes. Primeiro, porque a sala de informática, embora propriedade da Escola X, somente prestava serviços para uma pequena parcela de seus estudantes, através de cursos de 30 horas, com dois encontros semanais de uma hora e meia. Segundo, porque — para uma boa parcela dos alunos — o contato com o computador pessoal ainda estava restrito à sala de informática.

O terceiro e último resultado das investigações no ambiente LOGO foi a possibilidade de identificar uma dicotomia entre o rol de implementações – através das quais eu procurava criar aplicativos computadorizados para o processo de ensino e aprendizagem da matemática – e o rol das tarefas que eu estava sugerindo para o trabalho dos estudantes no ambiente de programação. De modo específico, enquanto as orientações subjacentes ao meu trabalho de implementação eram de cunho predominantemente comportamentalista (Figura 5), as tarefas que eu estava propondo para o ambiente de programação eram, em geral, de cunho construtivista. Daí, a minha apreensão de que o processo educativo não pode ser reduzido apenas aos comportamentos verbais ou motores que, aliada às dificuldades de exploração do ambiente de programação, fortaleceu o meu interesse pelo desenvolvimento dos objetos educacionais que passei a denominar *tarefas computadorizadas.* Especificamente, ambientes computadorizados para a exploração e investigação de conceitos matemáticos, cujo objetivo é atender a demandas de problemas didáticos inerentes ao processo de ensino e aprendizagem da matemática escolar.

Imagem A

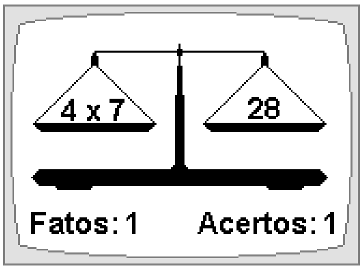


Imagem B

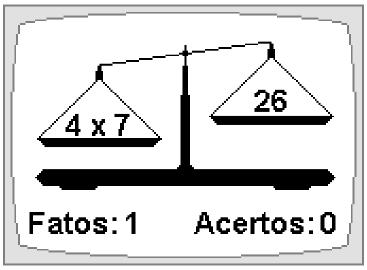


Imagem C

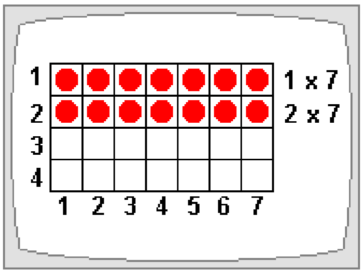


Figura 5: Durante o primeiro movimento da pesquisa, parte significativa das tarefas implementadas pelo pesquisador eram de orientação behaviorista. Por exemplo, o aplicativo TABUADA que, após solicitar resultado de um produto entre dois números, aguarda a resposta do estudante para avaliação. Se o resultado estiver correto, o programa credita um acerto para o estudante (imagem A). Caso contrário, além do estudante não ter o acerto creditado (imagem B), ele deve conferir a operação em uma tabuada geométrica (imagem C), como a que é proposta por Hogben (1956, p. 93). Quanto aos aspectos que nos permitem classificar essa atividade enquanto comportamentalista, temos, o reforçador positivo (acertar significa ganhar alguma coisa); a punição negativa (errar significa deixar de ganhar) e a punição positiva (obrigatoriedade da conferência, em caso de erro). (cf. Ferreira da Silva, 1995, p.12).

3.2.2 – As tarefas computadorizadas

A minha primeira experiência com ênfase no uso de tarefas computadorizadas ocorreu durante o ano letivo de 1992, após a direção da Escola X aprovar um projeto, cujo objetivo era ampliar o acesso à sala de informática para os estudantes matriculados no quarto e no quinto ano do Ensino Fundamental. Em resumo, um projeto para ampliação de mercado pautado em minhas intervenções anteriores, as quais passaram a oferecer ─ perante os olhos da comunidade escolar ─ a sala de informática enquanto um espaço misto entre a possibilidade de acesso ao computador e aulas de reforço para a matemática escolar. Portanto, ações que podem ser classificadas como tentativas de utilização do *ensino remedial* em socorro aos problemas de aprendizagem procedentes do Ensino Tradicional Vigente, os quais estavam ficando, para mim, cada vez mais evidentes.

> (...) as estratégias didático pedagógicas adequadas ao ensino remedial não podem ser as mesmas do ensino tradicional vigente, porque o ensino remedial visa exatamente às dificuldades que não podem ser resolvidas por essas estratégias. (Baldino, 1995, p.??)

Com relação aos resultados dessas experiências, o primeiro se traduz pela orientação de minha preferência por tarefas de cunho construtivista, pois, eram essas que, além de aguçar a curiosidade das crianças, proporcionavam-me oferecer aos estudantes meios mais favoráveis para a exploração e investigação de conceitos matemáticos. Um exemplo é o aplicativo TRINCA-ESPINHAS (Ferreira da Silva, 2013), cujo conjunto de tarefas oferece ao estudante um ambiente para a investigação de aspectos inerentes ao conceito de números primos. (Quadro 3).

O segundo resultado foi o indicativo de que, em relação aos aplicativos que eram frutos de meu trabalho de implementação, as tarefas disponíveis, além de pontuais, estavam fragmentadas. Em suma, eu não tinha em mãos um rol de tarefas que me viabilizasse aplicar tratamentos mais sistemáticos sobre tópicos referentes à matemática escolar. Nesse aspecto, vale lembrar que embora houvesse a possibilidade de complementação dos aplicativos computadorizados com tarefas de outra natureza, as minhas tentativas nesse sentido nunca foram bem recebidas pelos estudantes. Afinal, como disse um dos estudantes: *“(...) estamos pagando para usar os computadores”.*

O APLICATIVO TRINCA-ESPINHAS

No aplicativo TRINCA-ESPINHAS – adaptado a partir do software TRINCA-ESPINHAS (Portugal s/d) - o estudante estabelece uma relação de troca de números com o computador; a qual é feita a partir de uma sequência de números naturais em que o primeiro termo será sempre o número 1(um) e o último termo poderá variar entre 12 (doze) e 60 (sessenta).

Uma vez que escolhida, pelo estudante, a sequência numérica a ser apresentada na tela do computador, a regra para o trabalho é a seguinte: *pode-se retirar qualquer número, desde que exista no conjunto em questão pelo menos um divisor do número escolhido.*

Assim, feita a escolha para a retirada de um determinado número, o computador está instruído a executar os seguintes comandos:

1 – retirar o número escolhido e registrá-lo como pontos para o aluno;

2 – retirar o(s) divisor(es) do número escolhido, adicioná-los e registrar essa soma como pontos para o computador.

E isso, até que por ausência de divisores não seja mais possível ao estudante retirar mais números na tela.

Nesse momento, o programa adiciona os números restantes como pontos ao resultado do computador para, em seguida, dar como encerrada a atividade.

Finalmente, a tarefa do estudante é procurar garantir condições para que, ao final da atividade, o número de seus pontos fique maior do que o número de pontos do computador.

Quadro 3: Aplicações do TRINCA-ESPINHAS têm apontado no sentido de que esse ambiente favorece assimilações e acomodações de conjuntos de divisores que podem agir em socorro à já antiga e generalizada falta de prontidão das crianças, quando solicitadas sobre os resultados das tábuas de multiplicação e divisão[17].

O terceiro e último resultado desse processo investigativo foi proveniente dos experimentos assistidos por um reduzido rol de aplicativos industrializados, os quais eram de difícil acesso por não estarem disponíveis ao mercado de consumo brasileiro. Um exemplo disso é o *software* MATH RABBIT (Perl, 1986), com quatro diferentes tarefas voltadas ao processo de alfabetização numérica e, também, com a orientação expressa “*NOT FOR EXPORT ▪ For use in the USA and Canada only*”. (Figura 6).

[17] O aplicativo TRINCA-ESPINHAS me foi apresentado pela Prof.ª Dr.ª Miriam Godoy Penteado em 1991. Porém, como não foi possível à professora ceder uma cópia desse programa, a minha solução foi implementar uma adaptação denominada, inicialmente, TRINCA. Note-se que, sobre a versão original do programa TRINCA-ESPINHAS, a única informação que tenho, até o momento, é a de que esse aplicativo é de origem portuguesa.

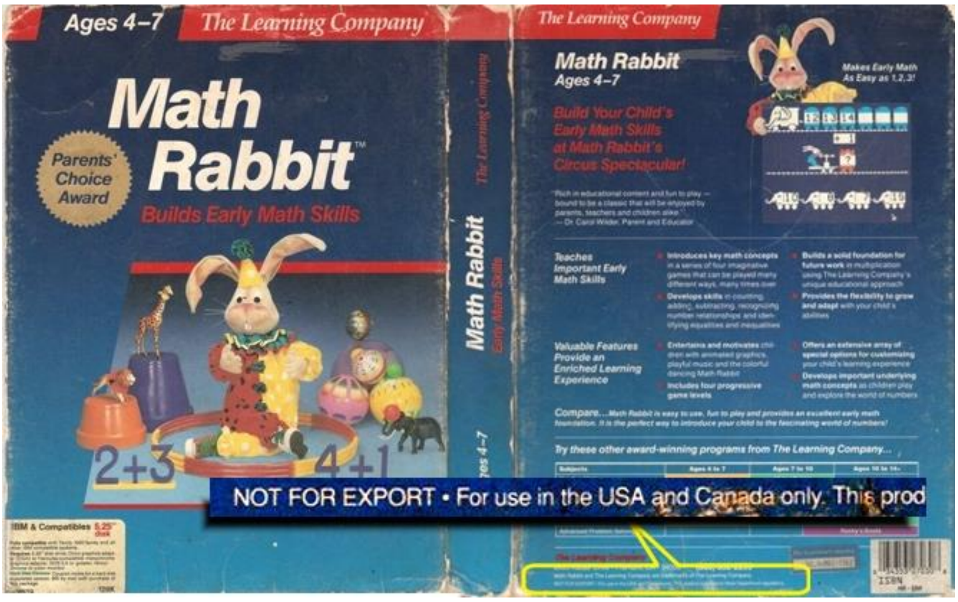


Figura 6: Frente e verso da embalagem do aplicativo MATH RABBIT[18] (Perl, 1986). Em destaque, a orientação “*NOT FOR EXPORT ▪ For use in the USA and Canada only*”.

Mas, não obstante o reduzido número de experimentos com esses pacotes, as investigações foram suficientes para apontar, pelo menos, dois aspectos negativos nesse tipo de material didático. Em primeiro lugar, a ausência de uma linha bem definida em relação aos objetivos de ensino e orientações didático-pedagógicas subjacentes ao processo de implementação das tarefas computadorizadas, e, em segundo lugar, a organização inflexível dos aplicativos que, para o uso de uma determinada tarefa, obrigava-me a disponibilizar as demais tarefas aos estudantes. Assim, o resultado foi somente uma invariável dispersão no interesse dos estudantes em relação aos tópicos de estudo incialmente propostos para o trabalho na sala de informática.

E esses foram os últimos experimentos realizados na sala de informática da Escola X, antes de minha efetivação como professor de matemática, em regime de dedicação exclusiva a uma escola pública federal de ensinos fundamental e médio (Escola Y) que, no inicio de 1993, possuía uma pequena sala com dois computadores MC 4000 para suporte ao projeto de uma professora do departamento de matemática, cujo objetivo era oferecer atividades de recuperação paralela a partir do ambiente LOGO. Porém, como não fui convidado a participar desse projeto, as minhas investigações sobre a utilização do computador no processo de ensino-

[18] O aplicativo MATH RABBIT foi apresentado e cedido a mim, em 1991, pelo Prof. Dr. Roberto Ribeiro Baldino.

aprendizagem de matemática ficaram, de certo modo, suspensas até o meu ingresso no Curso de Mestrado em Educação Matemática da Unesp (Campus de Rio Claro), sob a orientação da Prof.ª Dr.ª Maria Lúcia Lorenzetti Wodewotzki a partir de 1995.

4 – A tecnologia desktop

No Brasil, a intensificação de consumo dos computadores para uso pessoal somente ocorreu após o relaxamento dos empecilhos à importação de hardware e, principalmente, de software que, de modo coetâneo, trouxe consigo a tecnologia *desktop*. Assim, ao invés de teclar comandos obscuros,

> "(...) o usuário podia simplesmente apontar para alguma coisa e expandir seus conteúdos. Ou arrastá-la através da tela. Em vez de dizer ao computador para executar uma tarefa especifica ─ 'abra este arquivo' ─ os usuários pareciam fazê-los eles próprios. A manipulação direta tinha uma qualidade estranhamente paradoxal: na realidade, a interface gráfica havia acrescentado uma outra camada entre o usuário e sua informação. Mas a imediatez táctil da ilusão dava a impressão de que agora a informação estava mais próxima, mais a mão, em vez de mais afastada. Sentíamos que estávamos fazendo alguma coisa diretamente com nossos dedos, em vez, de dizer ao computador que a fizéssemos por nós." (Johnson, 2001, pp. 21-22).

Com isso, podemos demarcar duas gerações de professores/pesquisadores usuários dos computadores pessoais. A primeira geração – ou geração linha de comando – com seus dispositivos de armazenamento minúsculos, microprocessadores lentos e monitores granulosos e, a partir de meados da década de 1990, a geração desktop. Ou seja, a atual geração de usuários que é oriunda de um ambiente gráfico que tornou a experiência com o computador mais intuitiva e, por isso, menos intimidante[19]. Desse modo, a diferença entre a primeira e segunda geração de usuários é que, enquanto para a primeira geração era necessário dominar as linguagens que permitissem um acesso mais fácil às máquinas, na geração *desktop*, esse tipo de conhecimento vai, gradativamente, ficar reservado somente aos que pretendiam fazer da informática uma profissão ou uma base para uma atividade sofisticada de trabalho ou lazer.

---

[19] No Brasil, foi o ambiente *Windows* da *Microsoft* que, de modo quase exclusivo, introduziu no imaginário popular os elementos da interface atual, tais como menus, ícones, pastas, lixeiras e, sobretudo, a possibilidade de intercâmbio entre os programas dedicados, tais como os editores de texto, planilhas, editores gráficos, etc.

Portanto, um novo paradigma, cujo principal efeito sobre os meus estudos a respeito do computador na prática letiva de matemática foi o temporário afastamento de meu interesse por esse tema pela necessidade de controlar o funcionamento desse novo ambiente, de conhecer seus limites e, sobretudo, parte de sua força potencial.

5 – A cultura da sala de informática

A sala de informática é, ainda nos dias atuais, o principal expediente das escolas brasileiras para oferecer aos seus estudantes ─ ou a uma parte deles ─ o manuseio direto com os computadores de uso pessoal. Portanto, um arcaísmo herdado das primeiras inserções do computador no ambiente escolar que ─ de modo legítimo perante a cultura da linha de comando ─ tomava o computador enquanto tema central para a informática escolar e, por isso, acomodava esse maquinismo em um espaço distante da sala de aula. Nesse sentido, vale lembrar que na Escola X, embora as primeiras inserções do computador na prática letiva da matemática tenham ocorrido no âmbito de minhas aulas de matemática, os experimentos subsequentes ocorreram exclusivamente em uma pequena sala com seis microcomputadores MC 4000 EXATO PRO (Figura 7), cujo objetivo era oferecer cursos de programação aos estudantes interessados e dispostos a pagar por isso.

Figura 7: A sala de informática da Escola X, em sua primeira configuração, estava equipada com seis microcomputadores MC 4000, configurados de forma idêntica à ilustração mostrada acima. (Fonte: http://www.cobit.xpg.com.br/propagandas/prop_apple.htm. Acesso em 28/08/2014).

Daí, a primeira característica do que denomino cultura da sala de informática, ou seja, o reduzido número de computadores geralmente disponíveis para uso que, por sua vez, é fruto de pelo menos três fatores que podem agir isoladamente ou em conjunto. Especificamente, o elevado custo do equipamento, a falta de um plano de contingência que garanta um trabalho adequado de manutenção dos computadores e, por fim, o rápido processo de obsolescência das máquinas imposto pela multiplicação dos mecanismos criados que, cada vez mais, reduz o prazo de sua capacidade de nos maravilhar.

Para exemplificar essa característica da cultura da sala de informática, no início de minhas ações na sala de informática da Escola X (1989), o computador MC 4000 era um equipamento de baixo custo, porém ainda adequado a aplicações domésticas e profissionais. No entanto, ao final do ano letivo de 1990, a caducidade desse equipamento era de tal monta que acabou levando-me a suspender as atividades na sala de informática durante o ano letivo de 1991. Desse modo, o projeto com o qual eu reativei a sala de informática da Escola X, durante o ano de 1992, trazia como pré-requisito à sua consecução o parcial reaparelhamento do ferramental até então disponível nesse ambiente.

A segunda característica da cultura da sala de informática é a que irá se constituir após a inserção da informática enquanto disciplina isolada na grade escolar que, entre outras coisas, consolidará os computadores em um espaço distante da sala de aula. O resultado é a perspectiva para a qual, se os computadores estão alocados fora da sala de aula, então o computador serve para ensinar computador. Logo, uma inversão idealista da perspectiva inerente à cultura da linha de comando a qual tomava o computador enquanto tema central para a informática escolar e, por isso, acomodava esse maquinismo em um espaço distante da sala de aula.

Observe que, no caso da Escola Y, a inserção da informática na grade escolar foi uma decisão do corpo docente da escola, em função do movimento gerado pela inauguração, em meados de 1993, de uma nova sala de informática com oito modernos computadores equipados com o ambiente WINDOWS 3.1 da Microsoft[20]. Desse modo, a partir do ano letivo de 1994, a Escola Y passou a oferecer aulas de informática para as classes de nono ano do Ensino Fundamental e

---

[20] Para mais informações sugiro o artigo Windows 3.x (URL: http://pt.wikipedia.org/wiki/Windows_3.x).

para as classes de primeiro ano do Ensino Médio, a partir de uma disciplina semestral denominada *Introdução à Informática*, com carga horária de uma hora semanal, a qual ficou sob a responsabilidade do Departamento de Matemática da escola. Portanto, um fato que comprova a presença de uma perspectiva para a qual, se os computadores estão fora da sala de aula, então o meio é a mensagem.

6 – Conclusão

Antes de iniciar os meus trabalhos com o computador na prática letiva da matemática, a natureza na qual eu estava destinado a viver era a do Ensino Tradicional Vigente, isto é, um lugar onde o que se espera é ver os alunos em fileiras e o professor de pé falando em frente ao quadro. Contudo, ao cercar-me de diferentes recursos computadorizados, constituí uma nova natureza. Dito do nível de percepção que atualmente me é possível, o que fiz foi antever e contrapor, através de minha prática letiva, a ortodoxia do Ensino Tradicional Vigente com algumas das recentes e atuais tendências da Educação Matemática e, com essa nova perspectiva, pude criar condições mais confortáveis de trabalho em relação a minha função social de oferecer, como professor, ambientes mais favoráveis para o aprendizado da matemática. Portanto, uma nova natureza que, por se constituir cercada de recursos computadorizados, toma como antinatural a ausência do computador em seu espaço existencial. E nisso reside o meu interesse pela utilização da informática na prática letiva da matemática.

Sendo assim, devo ressaltar, que ao dizer que o computador foi fundamental para a constituição de uma nova perspectiva pedagógica, isso não significa, de minha parte, uma defesa no sentido de que a simples presença desse tipo de maquinismo – mesmo considerando o amplo espectro atual para a utilização dessa tecnologia – constitua-se, por si só, garantia de renovação educacional. Pelo contrário, significa que a alteração de minha perspectiva pedagógica foi inerente à aquisição de técnicas com as quais aprendi a evitar a repetição de experiências negativas e a recolher das positivas os aspectos significativos que, por conseguinte, me possibilitaram a intentar outros. Afinal, *"(...) a técnica é sempre um modo de ser, um existencial do homem, e se identifica com o movimento pelo qual realiza sua posição no mundo, transformando esse último de acordo com o projeto que dela faz."* (Vieira Pinto, 2005, p. 238).

A razão para essa ressalva é devido ao fato de que, atualmente, não é difícil encontrar aspectos significativos da prática letiva que, ao incorporarem de modo pleno técnicas da produção computadorizada, somente revigoram práticas consagradas pelo Ensino Tradicional Vigente e, por isso, insistem na manutenção do computador como um apêndice do processo educativo. Por exemplo, os atuais livros didáticos de matemática que, a julgar pelo volume e pela qualidade de suas ilustrações, não nos deixam dúvidas de terem incorporado de maneira plena recursos oriundos da tecnologia computacional. Mas, mesmo assim, não são raros os exemplares que, ao se constituírem, apenas reproduzem – poluídos por um exagerado rol de ilustrações, muitas vezes, desnecessárias – a mesmas sequências didáticas disponíveis há mais de trinta anos e, já naquela época, de valor pedagógico discutível pela Educação Matemática (cf. Paula, 2008 e Cavalcanti, 2010). Logo, uma apropriação das técnicas oriundas do computador que, uma vez inseridas na prática letiva, apenas reeditam as velhas orientações do Ensino Tradicional Vigente.

Daí, a minha tese de que para potencializar o uso pedagógico do computador, no sentido da Educação Matemática, é fundamental que o professor negue para si a legitimidade dos artificialismos preconizados pelo Ensino Tradicional Vigente, no ato em que faz uso desse tipo de maquinismo, em sua prática docente. Não é a técnica que determina o destino do homem, mas, pelo contrário, é o homem quem determina o destino da técnica.

Finalmente, com relação às contribuições mais específicas desse primeiro movimento para o caminho de meus estudos subsequentes a respeito da utilização do computador na prática letiva da matemática, vale ressaltar o aguçamento de meu interesse pelos processos mentais envolvidos na compreensão do número pela criança e, também, a busca por um desenho interpretativo que me possibilitasse ver a escola de baixo para cima, com especial destaque para aquilo que é possível fazer com os instrumentos que se têm ao alcance da mão.

SEGUNDO MOVIMENTO

Das *Tarefas Computadorizadas* ao *Micromundo Hipertextual*

1 – Introdução

Para demarcar o início de meu trabalho sistemático com a pesquisa em Educação Matemática, vou tomar como referência o principal resultado extraído do levantamento bibliográfico e das observações de campo que realizei após o meu ingresso no curso de Mestrado em 1995. Ou seja, a hegemonia da linguagem LOGO como suporte dos estudos e das propostas acadêmicas brasileiras, para o uso do computador no processo de ensino e aprendizagem da matemática no período de 1986 a 1994[21].

Sem dúvida, um discurso único, mas que, na época, era justificável. Primeiro, porque operar a tartaruga é, antes de tudo, fazer matemática aplicada. Segundo, porque é uma proposta pedagógica apoiada na psicologia genética de Jean Piaget (1900-1980) e, por isso, coincidiu com a forte orientação construtivista no ideário dos educadores brasileiros[22]. E, finalmente, porque esse ambiente salientava o *modus operandi* da comunicação homem-máquina da época, ou seja, a programação de computadores.

> "(...) em muitas escolas, atualmente a frase 'instrução ajudada por computador' (computer-aided-instruction) significa fazer com que o computador ensine a criança. Pode-se dizer que o computador está sendo usado para 'programar a criança'. Na minha perspectiva, é a criança que deve programar o computador (...)". (Papert, 1986, p.17)

Assim, não é difícil, aos olhos de hoje, apontar razões para a pouca representatividade da linguagem LOGO nas salas de aula de matemática das escolas brasileiras. Uma delas é, sem dúvida, o fato de essa linguagem salientar a

---

[21] Os trabalhos de Papert (1986), Avery (1986), Ninin (1988) e Valente (1989, 1993) nos dão uma dimensão da representatividade do ambiente LOGO durante a primeira fase de consumo dos computadores pessoais no Brasil.

[22] Conforme Leite (1994; 81), *"(...) houve, nas décadas de 60-70 nos Estados Unidos, uma ampla difusão da obra de Piaget aliada a um grande investimento econômico na implementação de pesquisas e reformas educacionais nesse país. Muitos desses estudos tiveram uma grande repercussão em nosso meio – Brasil e América do Sul em geral – e inspiraram a produção de trabalhos similares realizados por educadores brasileiros e sul-americanos".*

programação de computadores e, por isso, fortalecer a cultura da sala de informática. Nesse aspecto, vale recordar que a inserção da disciplina *Introdução à Informática*, na grade curricular da Escola Y, foi fruto de um projeto anterior, o qual tinha por objetivo oferecer atividades de recuperação paralela de matemática a partir do ambiente LOGO. Entretanto, não devemos nos esquecer de que parte dessa pouca representatividade é também devida à orientação pedagógica sobre a qual esse ambiente se materializou, ou seja, o construcionismo de Seymour Papert.

> O construcionismo *"(...) é tanto uma teoria de aprendizado quanto uma estratégia para a educação, que compartilha a ideia construtivista de que o desenvolvimento cognitivo é um processo ativo de construção e reconstrução das estruturas mentais, no qual o conhecimento não pode ser simplesmente transmitido do professor para o aluno. O aprendizado deve ser um processo ativo, em que os aprendizes 'colocam a mão na massa' no desenvolvimento de projetos, em vez de ficarem sentados atentos à fala do professor."* (Maltempi, 2004, p. 265).

Portanto, trata-se de uma proposta pedagógica cujos pressupostos eram o rompimento com os maneirismos do Ensino Tradicional Vigente e o rompimento com as sequências didáticas então preconizadas para a matemática escolar através dos livros didáticos, as quais ─ como indicam os trabalhos de Paula (2008) e Cavalcanti (2010) ─ pouco se diferem das sequências didáticas atualmente oferecidas por esse tipo de *media*[23]. Daí, a minha defesa de que, para a educação matemática das escolas brasileiras, a linguagem LOGO foi e ainda permanece como uma proposta pedagógica de vanguarda[24].

Contudo, é um ambiente que comporta limitações se considerarmos, por exemplo, as demandas oriundas de um processo de alfabetização numérica que, por sua vez, foi exatamente o tema de interesse de minha pesquisa de mestrado. Desse modo, restou-me ─ afora alguns incipientes pacotes temáticos adquiridos no mercado local ─ o *software* CABRI-GÉOMÈTRE[25] que, com a sua geometria

---

[23] Etimologicamente, conforme Marcondes Filho (2002 p. 24,25 Notas -1), a palavra *media* é oriunda do termo *mass media* que americanos e canadenses elaboraram a partir do latim *medivs, media, medium*. Ou seja, eles vieram buscar no latim, que não está na base da língua deles, mas na nossa, a raiz para a construção do termo. Logo, em acordo com esse autor, *"(...) nada mais natural que nós, como língua neolatina, seguirmos nossa tradição (...)"*.

[24] O trabalho de Coelho (2004) mostra que, em meados da década de 2000, a sobrevivência do ambiente LOGO nas escolas particulares locais estava ancorada na inversão da metáfora da tartaruga que, originalmente, buscava na realidade física os pressupostos de seu funcionamento. Com essa inversão, o ambiente LOGO passou a ser utilizado como ferramenta de controle robótico.

[25] O CABRI-GÉOMÈTRE (ou simplesmente CABRI) é um aplicativo comercial de geometria dinâmica produzido pela companhia francesa Cabrilog.

dinâmica, mostrou-se também pouco adequado em relação às exigências oriundas de meus estudos. Diante disso, a solução que encontrei foi retomar o meu trabalho de criação e implementação de tarefas computadorizadas, a fim de garantir subsídios mais adequados às exigências do trabalho de campo em curso.

2 – As tarefas computadorizadas

Como dito anteriormente, o primeiro trabalho sistemático que realizei com a produção de tarefas computadorizadas ocorreu durante a minha pesquisa de mestrado, no período de 1995 a 1997. Em resumo, um estudo sobre os processos mentais envolvidos na compreensão do conceito de número pela criança que — pautado na teoria psicogenética de Jean Piaget (1900-1980) — possibilitou-me oferecer uma proposta para a utilização do computador no processo de ensino e aprendizagem dos primeiros números do sistema hindu-arábico. (cf. Ferreira da Silva, 1998).

Quanto aos resultados mais específicos dessa pesquisa, temos o aplicativo GHOBAR (Ferreira da Silva, 1997) com vinte e nove tarefas computadorizadas, cuja finalidade é oferecer um ambiente de investigação para que a criança, através da contagem, possa estabelecer considerações acerca dos aspectos cardinal e ordinal do número[26] e, além disso, o *método clínico em ação* que, além de viabilizar a criação, implementação e avaliação do aplicativo GHOBAR, possibilitou a continuação da pesquisa em minhas salas de aula de matemática, a partir do ano letivo de 1998. (Figura 8).

Figura 8: O **método clínico em ação** foi o a estratégia de pesquisa utilizada para a implementação do aplicativo GHOBAR. Em síntese, uma estratégia de ação que possibilita ao pesquisador seguir a lei dialética da negação da negação. Ou seja, negar a técnica estabelecida, no ato que dela se utiliza para chegar a uma técnica mais eficiente, que suprime a anterior e será por sua vez superada.

[26] Em síntese, uma proposta ao processo de alfabetização numérica que, por considerar o cardinal e ordinal como aspecto de um só todo, procura superar certa didática que — dual da tradicional vigente e, por isso, supostamente piagetiana — permanece indefinidamente nas atividades de classificação, seriação e ordenação, sem proporcionar situações em que essas ações se tornem periféricas para vir em socorro da necessidade operatória da contagem.

Quanto aos aplicativos computadorizados desenvolvidos a partir de minha prática docente na Escola Y, o primeiro deles foi o DOUBLEQUAL (Baldino & Ferreira da Silva, 1999). Em linhas gerais, uma proposta para cursos introdutórios de álgebra, em que o estudante – após estabelecer manipulações algébricas a partir de um tabuleiro e um conjunto de peças – utiliza essas manipulações para solucionar sistemas de equações lineares de duas variáveis inteiras, a partir de quatro tarefas computadorizadas.

Entre os resultados obtidos com esse estudo, merece destaque a possibilidade que esse aplicativo oferece para que o professor possa romper com uma prática docente bastante disseminada em nossas escolas. Especificamente, aquela que ─ para a resolução de sistemas lineares com duas equações ─ privilegia o limitado método da substituição em detrimento do mais abrangente método aditivo. A prova para a possibilidade de um encaminhamento alternativo em relação a essa orientação de sentido único está na solução de um sistema linear apresentada por um estudante de doze anos, após vencer as cinco etapas que compõem o *DOUBLEQUAL* (Figura 9).

Sistema linear proposto pelo pesquisador: $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 1x + 1y = 3 \end{cases}$

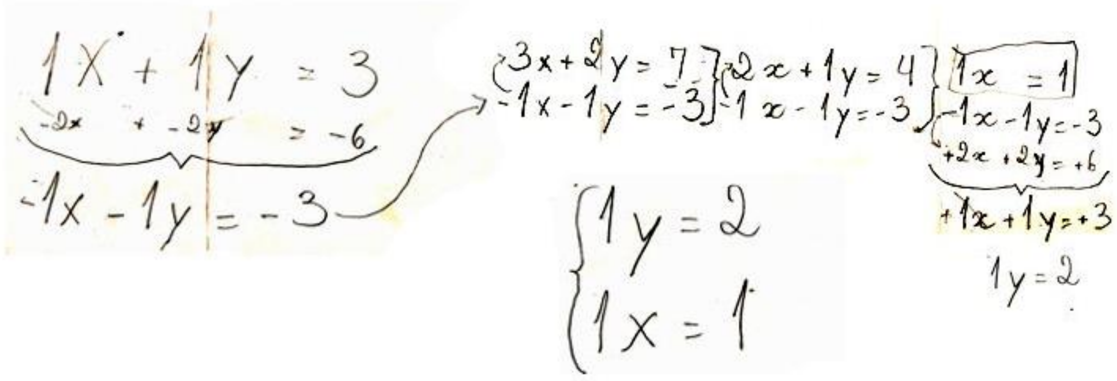


Figura 9: Solução de um sistema linear apresentada por uma criança de doze anos, imediatamente após vencer as cinco etapas que compõe o *DOUBLEQUAL.* Essas experiências foram realizadas com um grupo de seis crianças, do sétimo ano do ensino fundamental, no segundo semestre de 1998.

O segundo resultado obtido com o DOUBLEQUAL foi a possibilidade de integrar o computador a outros *medias* como, por exemplo, os jogos de tabuleiro. (cf. Ferreira da Silva & Baldino, 1999). Esse resultado foi relevante tendo em vista que nas intervenções didáticas com tarefas computadorizadas, se o processo de aplicação desse tipo de material exigir o deslocamento dos estudantes para a sala de informática, então é fundamental garantir a presença de tarefas não computadorizadas que, na sala de aula, complementem os aplicativos computadorizados ou que sejam complementadas por eles, para evitar que nos trabalhos com o computador o meio prevaleça sobre a mensagem.

Após os estudos com o DOUBLEQUAL, o software subsequente foi o aplicativo INTEIRO (Ferreira da Silva, 2000), composto por quinze tarefas computadorizadas. Em síntese, um software fundamentado nas considerações epistemológicas sobre os números inteiros apresentadas por Baldino (1998), cujo processo de aplicação demonstrou resultados satisfatórios para a solução de dois problemas didáticos. 1) “Como tirar o maior do menor?” e 2) “Como subtrair um negativo?”.

No que se refere aos aspectos mais particulares do aplicativo INTEIRO, o primeiro deles é o vínculo de associação desse *software* com os aplicativos GHOBAR E DOUBLEQUAL que me ofereceu o vislumbre do que denomino *tarefa situada e interconectada*. Ou seja, uma tarefa que, por se constituir como intersecção entre propostas didático-pedagógicas com objetivos diferentes de ensino, favorece ao estudante o alargamento do conhecimento sem que, para tanto, os professores necessitem negligenciar o campo da especialidade em pauta.

Um exemplo disso é a tarefa EIXOS COORDENADOS em que o computador apresenta dois triângulos (vermelho e azul) sobre o plano cartesiano. O problema a ser solucionado pelo estudante é estabelecer adições algébricas convenientes sobre as abscissas ou ordenadas dos vértices do triângulo vermelho, de modo que esse triângulo ocupe a posição do triângulo azul.

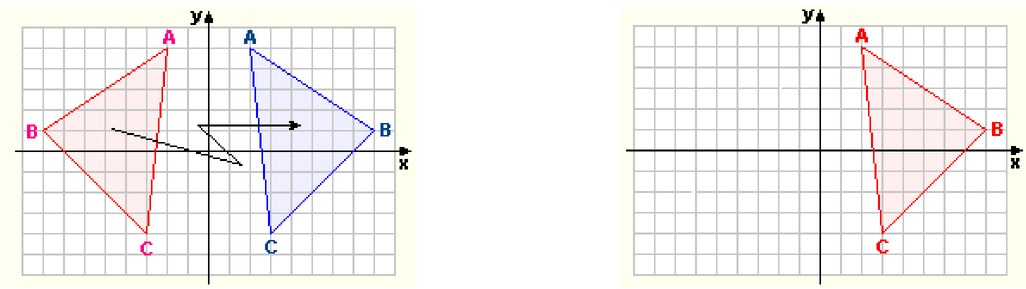


Figura 10: Na tarefa EIXOS COORDENADOS, o problema é colocar, através de operações algébricas, o triângulo vermelho sobre o triângulo azul.

Quanto aos indícios sobre a possibilidade de um trabalho interdisciplinar com o aplicativo INTEIRO, temos a ação simultânea entre as operações algébricas e suas implicações no sentido vetorial, identificada no diálogo de duas crianças (AUR e HUG), após essas crianças, na tentativa de sobrepor o triângulo vermelho, estabelecerem vetores contrários e, por conseguinte, obterem como resultado o desaparecimento desse triângulo da tela do computador[27]. Observe que a implicação da operação algébrica no sentido de deslocamento de um vetor fica evidente na fala do estudante AUR, quando diz ao estudante HUG que "(...) menos desce e mais sobe". (Quadro 4).

AUR: *"(...) não te falei que era menos? Menos desce e mais sobe!"* (Comentando sobre os sinais corretos dos vetores que deveriam ser aplicados);

HUG: (Risos) *"Mas cadê ele?!"* (Perguntando sobre o paradeiro do triângulo vermelho);

AUR: (Apontando dedo para cima.) *"Está lá em cima! E agora?";*

HUG: (Olhando para cima.) *"Então, vamos colocar alguma coisa para ele descer."*;

AUR: *"Mas, eu não sei onde ele está (...)"* (Levanta-se e faz como se estivesse procurando atrás da tela do computador e prossegue.) *"(...) olha aí ... quem sabe você acha?"* ;

HUG: *"Ah! Soma menos que ele desce (...)"* (Acrescenta alguns valores negativos e, após aparecerem dois vértices vermelhos na tela do computador, prossegue.) *"Viu? Já consegui dois, só falta um!"* (Em seguida, faz com que o outro vértice volte à tela.) *"Bom, tá meio bagunçado, mas agora pelo menos dá para fazer as contas"*;

AUR: *"É, mas não esquece. Menos desce e mais sobe. Oh, tem que descer, hein?";*

HUG: "Sei, sei ..."

Quadro 4: diálogo de duas crianças (AUR e HUG), durante o trabalho com a tarefa EIXOS COORDENADOS, após essas crianças, na tentativa de sobrepor o triângulo vermelho, estabelecerem vetores contrários e, por conseguinte, obterem como resultado o desaparecimento desse triângulo da tela do computador

O segundo aspecto particular do aplicativo INTEIRO é o diferencial entre o processo de implementação desse *software* em relação ao desenvolvimento dos aplicativos GHOBAR e DOUBLEQUAL. Especificamente, enquanto nos dois últimos aplicativos, o processo de desenvolvimento se apoiou em pequenos grupos de estudantes, a construção do aplicativo INTEIRO foi integralmente pautada nas minhas atividades normais de sala de aula, como professor de matemática de uma classe de sétimo ano do Ensino Fundamental. Portanto, um trabalho docente que, pelos sistemáticos deslocamentos dos estudantes para sala de informática e pelo uso pouco ortodoxo do livro didático, impôs aos olhos da comunidade Escola Y a perspectiva de uma nova abordagem para o processo de ensino e aprendizagem de

[27] Esses dados foram extraídos do acervo de videografias realizadas com a utilização do aplicativo INTEIROS, em uma classe do sétimo ano de Ensino Fundamental na Escola Y, no primeiro semestre do ano letivo de 2000.

matemática, a qual ficou ainda mais evidente pelo critério de distribuição das aulas de matemática na Escola Y que, por essa época, obrigava a presença de dois diferentes professores para um mesmo ano escolar. Desse modo, a rotina instituída foi a seguinte: enquanto os estudantes de uma classe de sétimo ano utilizavam sistematicamente a sala de informática, os estudantes das outras duas classes não frequentavam esse ambiente. Em resumo, uma espécie de *bomba relógio* que, alimentada pela crescente insatisfação dos pais e responsáveis pelos estudantes das outras classes de sétimo ano com o fato de seus filhos não utilizarem os computadores da escola, transformou as recorrentes críticas de corredor – como, por exemplo, "*(...) quando é que esse professor vai resolver dar aula?"* – em um questionamento oficial da Escola Y, sobre o meu cumprimento do conteúdo programático prescrito para as classes de sétimo ano do Ensino Fundamental.

Portanto, uma reação que nos dá um excelente exemplo da contraditoriedade inerente à criação inventiva apontada por Vieira Pinto (2005). Afinal,

> "Se por um lado, [a criação inventiva] pode efetivamente trazer uma contribuição eficaz, que viria enriquecer as possibilidades de expansão do domínio humano sobre a natureza, por outro lado, sendo também frequente haver propostas temerárias e sem condições de utilização, a experiência delas constituiria um risco para o patrimônio de hábitos, ou seja de técnicas, que a comunidade consagrou e guarda, e com o qual, bem ou mal, vem enfrentando o desafio da realidade. (...) Não se sabendo de antemão o poder oferecido por uma nova conquista do conhecimento, predomina o sentimento de incerteza e aumenta a angústia e insegurança de todos em face a introdução de alguma descoberta capaz de revolucionar a relação do homem com o mundo físico, e portanto estabelecendo a possibilidade de alterações nas relações dos homens uns com outros." (pp. 66-67).

No âmbito de meus estudos, o efeito desse resultado foi a minha decisão de suspender o trabalho de implementação dos aplicativos computadorizados, a partir da sala de informática. Primeiro, porque esse resultado demonstrou que a satisfatória receptividade de minhas pesquisas, pelo meio acadêmico, não era suficiente para justificar a utilização do computador em meu trabalho docente perante a escola. Segundo, pela dificuldade com o deslocamento dos estudantes, o qual acabava comprometendo os cinquenta minutos de aula disponíveis para o desenvolvimento do trabalho. E, finalmente, porque o professor, no âmbito de suas atribuições docentes, *"(...) exerce sua atividade a partir da margem de liberdade que tem como professor. Diverge, porém não a ponto de desencadear sua demissão ou* *reações além das que possa lidar a partir da correlação de forças de que dispõe."* (Baldino, 1999, p. 223).

Aos olhos de hoje, não é difícil constatar que os resultados do trabalho com o aplicativo INTEIRO colocaram um ponto de inflexão no rumo de minha pesquisa, pois demonstraram que a inserção da Educação Matemática na sala de aula não pode ser reduzida aos aspectos puramente epistemológicos da aprendizagem. No plano prático, o efeito disso foi a reorientação de meu interesse de estudo — até então focado, exclusivamente, nas possibilidades do computador como suporte ao processo de ensino e aprendizagem da matemática — para uma nova questão de pesquisa, ou seja, a do domínio dos desafios suscitados pela inserção do computador na minha prática letiva cotidiana. Especificamente,

- o desafio de estabelecer condições mais adequadas para justificar a utilização dos aplicativos computadorizados perante a comunidade docente da Escola Y;
- e, finalmente, o desafio de garantir um suporte logístico que, de modo alternativo à sala de informática, atendesse satisfatoriamente as demandas para a utilização desse tipo de material didático em minhas aulas de matemática.

Nesse novo sentido da pesquisa, a primeira ação foi organizar as tarefas computadorizadas em pacotes temáticos de acordo com um determinado problema didático (Figura 11) para, em seguida, oferecer esses pacotes aos professores da Escola Y e, também, aos professores-discentes matriculados na minha disciplina em um curso de pós-graduação *lato sensu*.

Tela 1 Tela 2

Figura 11: Para apresentar as tarefas computadorizadas a outros professores, elas foram organizadas em pacotes temáticos. No caso específico dessa ilustração, temos as telas de entrada para as quatro atividades pertinentes ao grupo I de tarefas do aplicativo INTEIROS. Ao todo, esse aplicativo disponibiliza quinze tarefas diferentes.

Entre os resultados obtidos com essas intervenções, o primeiro foi inerente à rigidez do material que, para oferecer ao estudante um determinado subconjunto de tarefas, obrigava o professor a disponibilizar todas as tarefas contidas no pacote. Assim, o que observei, através das aplicações feitas por uma professora de matemática da Escola Y, foi somente uma invariável dispersão no interesse dos estudantes em relação aos tópicos de estudo, incialmente propostos por essa mesma professora. Portanto, um resultado idêntico ao que obtive quando, por ocasião de minhas experiências iniciais com computadores na sala de informática, procurei utilizar materiais estruturados de maneira semelhante como, por exemplo, o aplicativo MATH RABBIT (Perl, 1987).

Finalmente, o segundo resultado dessas experiências reúne as diferentes leituras dos pacotes temáticos feitas por alguns professores, a partir das demais intervenções que me foram possíveis.

3 – Leituras do professor sobre os pacotes temáticos

3.1 – A leitura do *vídeo game*

A leitura do vídeo game consiste em caracterizar a tarefa computadorizada como jogo de entretenimento, o qual ficou evidente na solicitação feita por uma professora de matemática das séries iniciais da Escola Y: *"(...) eu já encerrei a matéria. Você não tem uns jogos para eu aplicar nas crianças?".*

Diante dessa oportunidade, ofereci à professora uma variação do aplicativo GHOBAR contendo vinte e uma tarefas computadorizadas. O resultado obtido foi uma espécie de 'ampliação' na qualidade de minhas tarefas computadorizadas, isto é, passaram de jogos para jogos ruins. Isso foi observado após a primeira e única aplicação de nossas tarefas computadorizadas através do comentário da referida professora: *"(...) os alunos enjoam rápido!"*. Daí, a razão pela qual decidi não mais atender a esse tipo de solicitação dos professores.

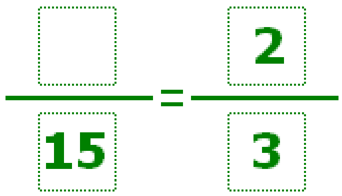
3.2 – A leitura do '*programinha'*

A leitura do 'programinha' é aquela que assimila, como método de ensino, a estratégia de ação necessária à realização ou solução de uma determinada tarefa computadorizada para, em seguida, utilizar essa mesma estratégia como reforço à aquisição de esquemas únicos de ação. Para uma maior aproximação dessa ideia, vamos nos remeter ao resultado que obtive quando, no âmbito de minhas atividades normais de sala de aula, procurei fixar a estratégia de ação necessária à solução das tarefas do aplicativo EQUAL (Quadro 5) como um método para a resolução de problemas de porcentagem[28].

O APLICATIVO EQUAL

<u>DESCRIÇÃO</u>: o aplicativo EQUAL toma por base uma matriz numérica de dimensão 2x2, em que, fixada uma orientação de leitura, os números de uma coluna são iguais aos números da outra coluna, multiplicados ou divididos por uma constante. (Vide figuras abaixo).

<u>FUNCIONAMENTO</u>: no EQUAL, após o computador fixar três números da matriz, o estudante deve completar obedecendo à regra de formação estabelecida.



Finalmente, para executar satisfatoriamente a atividade, o jogador deverá preencher corretamente 10 (dez) diferentes situações apresentadas de modo sucessivo e aleatório pelo computador. Note-se que o programa está instruído a encerrar a atividade após 4 (quatro) soluções incorretas.

Quadro 5: Atualmente, o aplicativo EQUAL é parte constituinte do micromundo hipertextual NÚMEROS PRIMOS (Anexo I). Observe que as aplicações dessa atividade de equivalência têm apontado no sentido de que é razoável aceitá-la como ambiente propício para assimilações recíprocas no que se refere aos fatos fundamentais da multiplicação e da divisão.

O resultado foi que as soluções alternativas apresentadas por algumas crianças – como, por exemplo, solucionar o problema por partições – não foram tratadas com a merecida relevância pelas demais crianças, não obstante as minhas tentativas subsequentes de legitimar as soluções diferentes[29] (Figura 12). Desse modo, muito razoável aceitar que, do ponto de vista pedagógico, isolar as tarefas computadorizadas pode resultar num simples apelo ao tecnicismo e, por isso, reforçar o *modus operandi* do Ensino Tradicional Vigente que somente contribui para uma prática letiva reificada e reificante. E essa foi a razão pela qual decidi acomodar

[28] Esses experimentos foram realizados na Escola Y com crianças de uma sala de sexto ano do Ensino Fundamental.

[29] Do ponto de vista epistemológico, esse é um bom exemplo de que, *"(...) do mesmo modo como a criança crê na onisciência do adulto, igualmente acredita, sem mais, no valor absoluto dos imperativos recebidos (...) [e, além disso,] (...) considerando o adulto como fonte de lei, a criança só faz instituir a vontade adulta em bem soberano, após ter considerado como tais os diversos decretos de seu próprio desejo".* (Piaget, 1994, p.299)

as tarefas computadorizadas em pacotes temáticos, antes de oferecê-las aos professores.

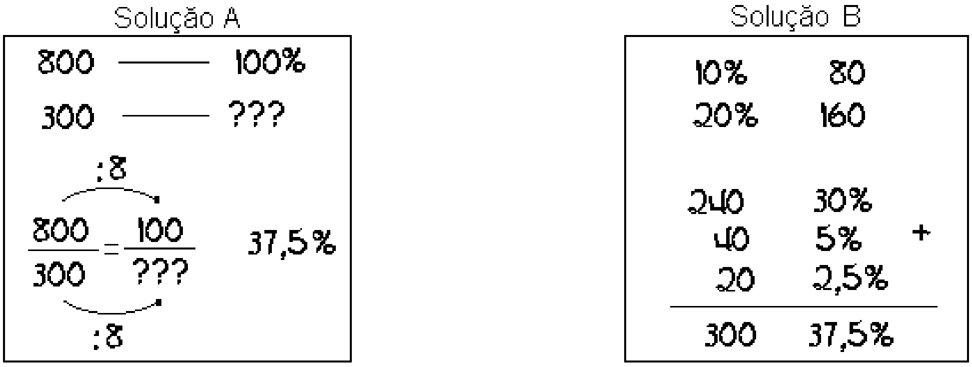


Figura 12: Para a solução do problema - qual é o percentual de 300 em relação a 800? - enquanto a maior parte das crianças procurava resolver o problema pela busca do fator multiplicativo (solução A ou técnica sugerida pelo professor), algumas crianças optaram por solucionar o problema utilizando partições (solução B).

Contudo, foi uma estratégia organizacional que, além de inviabilizar a utilização das tarefas computadorizadas em sala de aula, apenas fortaleceu o anseio dos professores-discentes por fórmulas prontas que pudessem resolver problemas didáticos pontuais e imediatos de sala de aula, tal como demonstrou a solicitação feita por uma discente, logo após uma de minhas aulas: *"(...) você não tem um programinha para ensinar equação do 2º grau?*". Logo, um tipo de organização textual, cujo efeito foi ocultar de minhas tarefas computadorizadas a característica de operadores pedagógicos de intervenção que, na sala de aula, somente se constituem a partir das inter-relações do estudante com a matemática e do professor com o estudante.

E esses foram os resultados que, de algum modo, estabeleceram as condições mínimas e necessárias para o início de meus trabalhos de criação e implementação da escritura eletrônica que denomino *micromundo hipertextual*.

4 – O projeto *micromundo hipertextual*

No plano prático, o micromundo hipertextual é uma escritura eletrônica multirepresentacional[30] que possibilita agregar e disponibilizar, na internet, diferentes recursos didáticos, tais como textos, imagens, animações, vídeos e tarefas computadorizadas.

[30] Tecnicamente, um sistema multirepresentacional opera sobre a alternância de meios, ou seja, janelas. Um benefício que não se limita apenas à possibilidade de ver dois ou mais documentos ao mesmo tempo, mas, sobretudo, na possibilidade de ziguezaguear entre eles.

Com relação às razões que, inicialmente, alimentaram o processo de criação e implementação desse novo tipo de organização textual temos, de um lado, o desafio de justificar o meu trabalho docente perante os demais professores de matemática da Escola Y e, do outro lado, a pouca representatividade dos pacotes temáticos no sentido de garantir integridade às minhas propostas para o uso do computador na prática letiva de matemática. Por isso, é que as orientações para a produção de meu primeiro micromundo foram: 1) oferecer amplo acesso ao problema didático e aos aspectos conceituais da matemática subjacentes ao processo de implementação de nossos aplicativos computadorizados; 2) manter a coesão entre aplicativos computadorizados que tenham por fim um mesmo problema didático, bem como garantir relevância às tarefas de outra natureza que possam complementar esses aplicativos; 3) proporcionar ao professor autonomia para, no rol dos aplicativos computadorizados disponíveis, escolher e aplicá-los segundo suas necessidades e conveniências; 4) e, finalmente, oferecer ao professor condições amplas para justificar o uso desse material perante a sua comunidade escolar.

No plano teórico, o conceito de micromundo (Papert, 1986, pp. 148-164) foi, em primeira instância, uma maneira de categorizar um conjunto de tarefas computadorizadas reunidas em torno de determinado problema didático, como um lugar onde certos tipos de pensamentos matemáticos podem brotar e se desenvolver com certa facilidade. E, em segunda instância, foi o conceito com o qual procurei garantir às tarefas computadorizadas o status de operadores pedagógicos de intervenção que, no âmbito da prática letiva da matemática, somente se constituem a partir das inter-relações do estudante com a matemática e do professor com o estudante. Dito de outro modo, isso significa que nas utilizações que fiz e faço desse material didático, nunca existiu uma ordem pré-estabelecida para o processo de aplicação dessas tarefas, como a que sugeri através de meus pacotes temáticos. Pelo contrário, são conjuntos de atividades independentes com objetivo de oferecer suporte a procedimentos didáticos que privilegiem o trabalho investigativo do estudante. Por isso, utilizá-las isoladamente, em grupo, ou combinadas a outros tipos de atividades é uma decisão exclusiva do professor, que somente pode ser tomada frente ao contexto da sala de aula. Em síntese, incorporar o conceito de micromundo ao meu projeto foi a maneira que encontrei para sustentar, teoricamente, minhas diferentes sequências de aprendizagem e, ao mesmo tempo, referendar o meu rompimento com a autoridade externa do livro didático.

O segundo conceito incorporado ao projeto dessa escritura eletrônica foi o de hipertexto, cujo objetivo foi tentar flexibilizar a rigidez de meus pacotes temáticos.

> “O termo hipertexto foi cunhado por Theodor Holm Nelson em 1964, para referir a uma escritura eletrônica não-sequencial e não-linear, que se bifurca e permite ao leitor o acesso a um número praticamente ilimitado de outros textos a partir de escolhas locais e sucessivas, em tempo real. Assim o leitor tem condições de definir interativamente o fluxo de sua leitura a partir de assuntos tratados no texto sem se prender a uma sequência fixa ou a tópicos estabelecidos por um autor. Trata-se de uma forma de estruturação textual que faz do leitor simultaneamente co-autor do texto final.” (Parente, 1999 p 73).

Observe que a adequação desse conceito ao projeto se justifica perante os princípios inerentes ao que Deleuze & Guatarri (1996, pp. 11-37) denominam rizoma. Em resumo,

> “(...) i) <u>heterogeneidade:</u> o hipertexto (...) provoca uma hibridização entre as diversas *media* utilizadas; ii) <u>conexão:</u> no hipertexto, (...) as conexões se fazem por proximidade, por vizinhança, A rede hipertextual é uma galáxia de conexões acentradas, topológicas, que se opõem ao modelo da árvore, hierarquizado; iii) <u>multiplicidade:</u> O hipertexto (...) é fractal, ou seja, cada nó da rede hipertextual é apenas uma atualização possível entre outras, cada nó é potencialmente uma outra rede, ao infinito. A rede não possui unidade orgânica, ou seja, uma totalidade, nem centro, ela é acentrada. (...) Na rede abundam muitas redes que atuam sem que nenhuma delas se imponha às demais, e, além disso, não há princípio, mas diversas vias de acesso, sem que nenhuma delas possa ser qualificada como principal.” (Parente 1999, pp. 81-83).

E foi a partir dessa confluência de ideias que implementei, em *Linguagem de Hipertexto Baseada em Marcas* (HTML), o micromundo hipertextual NÚMEROS PRIMOS (Ferreira da Silva, 2006) para, em seguida, disponibilizá-lo integralmente na *world wide web* ou, simplesmente, internet.

5 – O micromundo hipertextual NÚMEROS PRIMOS

O micromundo hipertextual NÚMEROS PRIMOS é a reunião dos trabalhos que realizei na Escola Y, enquanto professor de matemática em classes de sexto ano do Ensino Fundamental, no período de 1998 a 2000. Especificamente, refiro-me ao período em que, ao estabelecer com os estudantes considerações acerca do Teorema Fundamental da Aritmética, foi possível definir um problema didático, organizar um rol de aplicativos computadorizados e, por fim, organizar um conjunto de textos históricos e conceituais pertinentes ao tema matemático números primos. O resultado foi a escritura eletrônica que, atualmente, agrega dezoito textos históricos ou conceituais (Apêndice A, pp. 92-105) e — entre aplicativos computadorizados e tarefas de outra natureza — dez sugestões didático-pedagógicas de interesse à Educação Matemática (Apêndice A, pp. 106-115), as quais gravitam em torno do seguinte problema didático:

> “De um modo geral, em nossas escolas, considerações acerca dos números primos assumem um caráter mais específico ao final do segundo ciclo e/ou início do terceiro ciclo (4ª e 5ª séries do ensino fundamental). Do ponto de vista matemático, o conhecimento dos números primos justifica-se pelo teorema fundamental da aritmética, isto é, ‘todo número natural não primo e diferente de um, pode ser decomposto em um produto de fatores primos, além do que, essa decomposição é única’. Porém, como, de um modo geral, o olhar que se tem desse assunto - os números primos - é apenas de pré-requisito para o estudo de frações; o que se observa, na prática letiva, é uma ênfase quase exclusiva nas técnicas de fatoração e/ou na determinação do mínimo múltiplo comum. Diante disso, boa parte das crianças, quando solicitadas a efetuar fatorações, raramente conseguem se valer exclusivamente dos números primos; e quando o fazem, raramente diferenciam essa decomposição da determinação do menor múltiplo comum. Uma prova disso parece ser o fato das crianças ficarem confusas, por exemplo, quando verificam que, após a fatoração de um certo número, o produto dos fatores é igual a esse mesmo número. Nessa perspectiva, vamos assumir que, para conhecer os primeiros números primos, não é suficiente à criança saber avaliar a pertinência de um certo número inteiro natural ao conjunto dos primos, mas, sobretudo, é necessária a compreensão de que isso deve ser feito porque os números primos formam uma sequência numérica singular. Em outras palavras, isso significa que, do mesmo modo que a criança deve ‘olhar’ para uma sequência numérica como uma regularidade ou não, ela também precisa estabelecer, a partir das operações de multiplicação e/ou divisão, uma relação desses números com um outro determinado número. A título de ilustração, do mesmo modo que os números pares formam uma sequência em que o sucessor é sempre o antecessor + 2, todos eles são múltiplos de dois, isto é, podem ser divididos por dois. Finalmente, outro fato observado é a presença de uma generalizada falta de prontidão das crianças, quando solicitadas sobre os resultados das tábuas de multiplicação e divisão.” (Apêndice A, p. 91).

Com relação aos textos históricos ou conceituais, eles têm como objetivos referendar as minhas sugestões didático-pedagógicas e oferecer subsídios para que o professor, em acordo com seus interesses e conveniências, possa organizar o processo de aplicação dos dois tipos de tarefas disponíveis. De um lado, as tarefas computadorizadas e, do outro lado, as tarefas não computadorizadas. Note-se que a presença das tarefas não computadorizadas tem por objetivo oferecer ao professor a sugestão de que, no âmbito da sala de aula, é necessário garantir a presença de tarefas que complementem as tarefas computadorizadas ou vice-versa.

Finalmente, no que se refere à organização e operacionalidade, trata-se de uma escritura eletrônica que, em primeira instância, se constitui por agenciamentos pré-estabelecidos sobre textos-fragmento independentes (Figura 13), e que, em segunda instância, oferece ao leitor a possibilidade de definir interativamente o fluxo de sua leitura através de índices remissivos (conexões por *links* externos); pela escolha de palavras, expressões ou imagens sugeridas no âmbito de cada lâmina disponível (conexões por links internos); ou, ainda, pela procura – local ou extensiva à internet – de palavras ou expressões de interesses mais específicos[31].

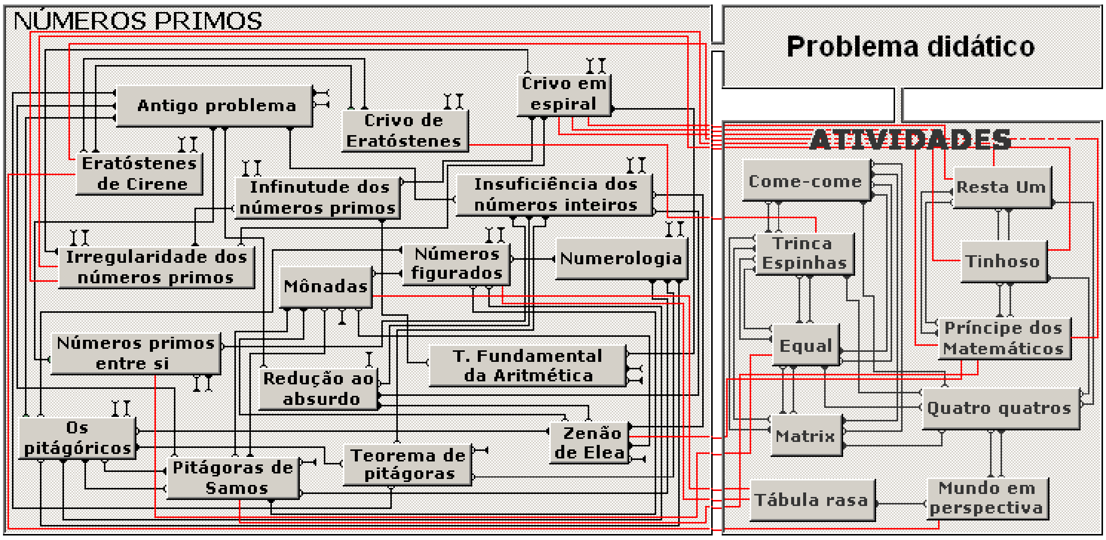


Figura 13: em termos organizacionais, o micromundo hipertextual NÚMEROS PRIMOS é uma escritura eletrônica que se constitui por agenciamentos pré-estabelecidos sobre textos-fragmento independentes.

6 – Leituras do professor sobre o micromundo hipertextual

Embora o micromundo hipertextual NÚMEROS PRIMOS não tenha se mostrado representativo para a justificação de minhas ideias perante os demais professores de matemática da Escola Y, em médio prazo, esse micromundo me ofereceu condições para, a partir da internet, identificar duas diferentes leituras dos

[31] Para a procura de palavras ou expressões de interesse específico, o micromundo NÚMEROS PRIMOS utiliza o motor de busca GOOGLE. URL: http://www.google.com.br.

professores para com esse tipo de organização textual. De um lado, a leitura pela fragmentação e, do outro lado, a leitura em profundidade.

A realização desse estudo foi favorecida pela absorção dos textos-fragmento NÚMEROS PRIMOS e CRIVO DE ERATÓSTENES[32] pelo motor de busca GOOGLE que, a partir de 2004, passou a oferecer esses textos-fragmento, como referência para consultas, entre os dez primeiros colocados de suas listas de opções, por categoria. Porém, como esses privilégios do GOOGLE não eram extensivos aos demais textos-fragmentos disponíveis, dei início a um trabalho de mapeamento do número de acessos a cada uma das partes do micromundo NÚMEROS PRIMOS, o qual teve início em agosto de 2004 e durou até meados de 2007. (Tabela 1)

TABELA 1				
Textos-Fragmento	30/9/2005	6/3/2006	Total de acessos	Percentual de acessos em relação às
Títulos	*Link* externo	*Link* externo	no período	visitas ao texto fragmento *números primos*
Crivo de Eratóstenes	2408	3149	741	9,26%
Crivo em espiral	302	409	107	1,34%
Eratóstenes de Cyrene	718	1338	620	7,75%
Infinitude dos N. Primos	372	487	115	1,44%
Insuficiência do inteiros	113	143	30	0,37%
Irregularidade dos Primos	306	384	78	0,97%
Mônadas	293	352	59	0,74%
Numerologia	341	500	159	1,99%
Números figurados	495	799	304	3,80%
Números Primos	16430	24433	8003	100,00%
Números primos em si	661	937	276	3,45%
Pitágoras de Samos	432	507	75	0,94%
Os pitagóricos	215	291	76	0,95%
Teorema Fund. da Aritmética	188	223	35	0,44%
Redução ao absurdo	295	410	115	1,44%
Teorema de Pitágoras	2265	2637	372	4,65%
Redução ao absurdo	1314	1431	117	1,46%
Zenão	238	332	94	1,17%

Tabela 1: Percentual de acesso aos textos-fragmento do micromundo hipertextual NÚMEROS PRIMOS, em relação ao número de visitas feitas ao texto-fragmento de mesmo nome, em duas tomadas de dados, com um intervalo de aproximadamente cinco meses entre cada uma delas.

Para fazer isso, a minha estratégia de ação foi prover todos os textos-fragmento históricos ou conceituais com contadores de acesso independentes e, para avaliar a pertinência dos *links* internos enquanto agentes para uma leitura de

[32] Apêndice A, p. 100 e p. 92.

luxo hipertextual, criei um arquivo secundário com imagens idênticas aos textos-fragmento anteriores. Desse modo, enquanto as conexões pelo índice remissivo (links externos) apontavam para os arquivos primários, as conexões por palavras, expressões e imagens sugeridas no âmbito de cada lâmina disponível (links internos) apontavam para as imagens do arquivo secundário[33].

Dentre os dados obtidos com essa pesquisa, destacam-se aqueles que apontam para a presença de, pelo menos, duas categorias de apropriação para o micromundo NÚMERO PRIMOS. Ou seja, de um lado, a que valoriza o conhecimento em profundidade e, do outro lado, a que privilegia a informação rápida ou fragmentada e cujo indício está no elevado número de acessos ao texto-fragmento NÚMEROS PRIMOS, quando comparado ao número de acesso aos demais textos-fragmento. (Tabela 1).

Sendo assim, a minha defesa é de que a razão para a valorização da componente fragmentação está no agenciamento humano que, de modo consciente ou não, se submete às imposições lógico-estruturais de funcionamento do computador, o qual nada mais pode fazer senão mostrar no que de fato consiste um micromundo hipertextual. Ou seja, uma escritura eletrônica que se constitui por conexões pré-estabelecidas sobre textos-fragmento independentes.

Mas, como esse tipo de organização é exatamente o tecido sobre o qual se constitui, em toda sua plenitude, a *world wide web*, então é razoável aceitar que o agenciamento robótico puro, realizado pelos atuais motores de busca sobre qualquer escritura eletrônica disponível na internet, tem por efeito somente hiperdimensionar a apropriação pela fragmentação em detrimento de uma apropriação em profundidade[34]. A menos, é claro, que sobre uma escritura dessa natureza se imponha agenciamentos de natureza humana que neguem essa fragmentação, como, por exemplo, foi o caso das apropriações em profundidade sugeridas pelas diferenças entre o número de acessos pelos *links* externos e os acessos provenientes dos *links* internos contidos no texto-fragmento NÚMEROS PRIMOS. (Tabela 2).

---

[33] Durante o período de execução dessa pesquisa, foram feitas quatro tomadas de dados, das quais, as duas últimas, relativas ao número de acessos pelo *link externo*, encontram-se na tabela 1.

[34] Por agenciamento robótico puro entende-se qualquer tipo de referência, cujo acionamento ative automaticamente uma escritura eletrônica.

TABELA 2			
Textos-Fragmento	Em 6/3/2006	Em 6/3/2006	%
Títulos	*Link* externo	*Link* interno	
Crivo de Eratóstenes	3149	3302	4,86%
Crivo em espiral	409	2906	610,51%
Irregularidade dos Primos	384	1069	178,39%
Mônadas	352	598	69,89%
Números figurados	799	422	--------
Os pitagóricos	291	558	91,75%
TFA	223	1095	391,03%

Tabela 2: Percentual da diferença entre o número de acessos via links externos e links internos do texto-fragmento *números primos*, no período de 30/09/2005 à 06/03/2006.

O indicativo para a presença de apropriações em profundidade reside no fato de que, com exceção dos textos-fragmento NÚMEROS FIGURADOS e CRIVO DE ERATÓSTENES, a quantidade de acessos aos demais textos-fragmento pelos links internos superam em pelo menos setenta por cento a quantidade de acessos a essas mesmas escrituras pelos links externos. Note-se que, no caso do texto-fragmento CRIVO DE ERATÓSTENES, se considerarmos o fato de o GOOGLE oferecer essa escritura como referência para o assunto nos dez primeiros colocados de sua lista de opções, por categoria, então essa pequena diferença em favor do link interno não apenas reforça a minha tese inicial, como também sugere que o interesse por uma leitura em profundidade não deve ser negligenciado no âmbito de qualquer prática que se diga educativa[35].

Logo, são indicativos de que pensar um micromundo hipertextual como um ambiente de conexões acentradas, capaz de criar novas condições para o fluxo de leituras em profundidade de um determinado sujeito, é necessariamente pressupor, em primeira instância, um leitor que negue aquilo que tecnicamente essa escritura é, ou seja, fragmentação. Principalmente, se tivermos em conta os dois diferentes tipos de leitura para o micromundo NÚMEROS PRIMOS como material didático de apoio à prática letiva de matemática em ambientes computadorizados.

A primeira dessas leituras – ou leitura em profundidade – foi oferecida pela troca de ideias entre uma professora e uma de suas estudantes, em um *blog* de

---

[35] Em relação à baixa representatividade do texto-fragmento NÚMEROS FIGURADOS, ela pode ser atribuída a uma espécie de fuga ao tema, uma vez que a expressão de acesso – **números ímpares** – está circunscrita a um contexto onde esse conceito pode ser considerado trivial. De modo específico, a conexão entre o texto-fragmento NÚMEROS PRIMOS e o texto-fragmento NÚMEROS FIGURADOS é a seguinte: *"Assim, enquanto os números (2, 4, 6, 8, 10, 12, ...) são chamados de números pares; os demais números naturais (1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...) são chamados* ***números ímpares****."*

autoria dessa mesma professora (Quadro 6). Observe que a leitura em profundidade fica bem marcada, se considerarmos que a referida professora além de disponibilizar o índice remissivo de todas as atividades disponíveis, disponibilizou também links, cuja organização proporcionou à estudante oportunidade para uma exploração que vai além do micromundo NÚMEROS PRIMOS.

Quarta-feira, Março 21, 2007

Trinca-espinhas... matemática... sabe bem...

> ***Oh professora!***
>
> ***Eu cá consegui instalar e jogar o trinca em casa! Parecia que estava a ganhar e no fim ele ficava com todos e ganhava-me!***

O trinca? (O meu espanto é genuíno)

E onde o descobriste? Eu tentei, mas encontrei uma versão que não é fácil de instalar... tem de se usar disquete...

> ***O meu não... fui ao google e havia lá uma coisa que dizia só trinca e instalei.***

Como?

> ***Fui fazendo o que eles diziam...***

Olha, conseguiste melhor do que eu! Tens de me dar o endereço! Olhos a brilhar de alegria... e eu curiosa. Onde teria ela encontrado tal versão?

Hoje fiz o que ela fez (e que eu já havia feito antes: google - trinca espinhas divisores). Mesmo à frente dos meus olhos ali estava a palavra trinca isolada a que não dei qualquer atenção quando pesquisei. Abri e... pronto! Uma versão do trinca - máximo de 21 números e a promessa de mais números disponíveis. Permitindo instalar com facilidade a partir da internet. E encontrei o Come-come para identificar múltiplos e mais algumas actividades engraçadas... Espreitem. ***(...)***

Foi a Pat que me trouxe aqui. O crédito é todo dela.
Eu cá gosto de ir à escola. Aprendo sempre imenso quando lá estou...

Trinca: http://www.projetozk.ufjf.br/base_p/ensaios/ensaio3/atv_trinca.htm

Pesquisando para além do trinca, no site em questão...
Entrada (actividades/jogos):
http://www.projetozk.ufjf.br/base_p/ensaios/ensaio3/atv_apresentacao.htm

Índice principal: http://www.projetozk.ufjf.br/base_p/zk_hipertexto.htm

Projecto geral: http://www.projetozk.ufjf.br/

Quadro 6: Comentário feito por uma professora de matemática em seu BLOG a respeito da sugestão oferecida por uma de suas estudantes para a utilização do aplicativo computadorizado TRINCA ESPINHAS. Disponível em: http://tempodeteia.blogspot.com.br/2007/03/trinca-espinhas-matematica-sabe-bem.html. Último acesso em setembro de 2014.

Em contraposição à leitura em profundidade, temos a leitura pela fragmentação que, por sua vez, ficou bem marcada por uma das apropriações do texto-fragmento NÚMEROS PRIMOS como referência bibliográfica para tarefas escolares. (Quadro 7).

Leitura do Site **http://www.projetozk.ufjf.br/base_p/ensaios/ensaio3/ant_primos.htm** O que você entendeu que é um número primo? O número 1 é primo? O que são números compostos? Dê um exemplo. Você sabia que os números compostos podem ser decompostos em primos? Você sabe fazer isso? Você conseguiria fatorar 252? Vá para o site http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_202_g_3_t_2.html e fatore com a ajuda do programa factor tree os seguintes números: a) 10 b) 21 c) 56 ... Envie a resolução dos exercícios da aula de hoje, clicando no link abaixo: **enviar os arquivos do seu trabalho** O arquivo poderá ser feito no Word ou como página colhida da internet e deverá ser salvo como: **nome do arquivo:** seunome_nomedocoloega **diretório:** iv50809

Quadro 7: Ficha de trabalho colhida na internet, em fevereiro de 2006. (Fonte: Projeto Amora - Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul).

Nesse caso, trata-se de uma orientação que, por focar sua atenção nos números compostos, toma por base apenas um dos aspectos circunscritos ao texto-fragmento e, por isso, não explora os agenciamentos disponíveis como as sequências numéricas, a irregularidade dos números primos, o crivo de Erastóstenes, e outros. Desse modo, uma assimilação que toma os números primos apenas como pré-requisito para a fatoração de números compostos e, por isso, tem como efeito somente consagrar os saberes práticos oriundos do Ensino Tradicional Vigente. Portanto, conforme diz Johnson (2001, p.99), um tipo de assimilação onde *"(...) o meio mais antigo quer se reinventar (...) à imagem do novo, mas suas convenções existentes não permitem transformação tão drástica"*. Dito em nossos termos, uma apropriação por transição, cujo efeito é tornar o indivíduo mais confiante de suas histórias de vida passada, ao invés de encorajá-lo a reformular essas histórias a partir de uma nova perspectiva. (cf. Ferreira da Silva & Baldino, 1999).

7 – Conclusão

Vimos que o micromundo hipertextual NÚMEROS PRIMOS, na técnica que o elevou à categoria de produto, se constitui por agenciamentos robóticos pré-estabelecidos sobre textos-fragmento independentes os quais oferecem ao leitor a possibilidade de definir interativamente o fluxo de sua leitura. E, por isso, um tipo de escritura que, para o uso social, proporciona ao usuário duas opções distintas de leitura. De um lado, as leituras rápidas que privilegiam a componente fragmentação e, do outro lado, as leituras que negam essa fragmentação e, no universo das conexões acentradas disponíveis, procuram estabelecer um fluxo de leitura em profundidade que, por sua vez, não exclui a leitura pela fragmentação. Afinal, em função do tipo de fatos encontrados na realidade estudada, o leitor pode escolher um fluxo de leitura em detrimento do outro.

Contudo, o fato é que, nas apropriações didático-pedagógicas, esse tipo de escritura sofre o acréscimo da orientação do professor que procura conduzir a leitura dos estudantes. Nesse aspecto, os resultados obtidos com as investigações realizadas sugerem que, enquanto nas leituras pela fragmentação, esse tipo de escritura apenas reedita as práticas preconizadas pelo Ensino Tradicional Vigente; nas apropriações em profundidade, é razoável aceitar o micromundo hipertextual como um veículo para procedimentos didático-pedagógicos, com ênfase no trabalho investigativo do estudante, proporcionando, assim, intervenções mais significativas em relação ao processo de ensino e aprendizagem da matemática como um todo.

Portanto, resultados que ilustram a diferença entre técnicas aparentemente idênticas como atos formalmente desempenhados, com as mesmas substâncias e instrumentos, mas distintas em essência porque estão a serviço de indivíduos com finalidades diferentes. Em síntese, esses efeitos mostram que entre *“(...) a mediação e a finalidade há uma relação dialética, que, transportada para o terreno da práxis social, indica que uma e mesma mediação material muda de significado e valor quando em função de finalidades diferentes.”* (Vieira Pinto, 2005, p. 295).

Desse modo, é razoável aceitar que, seja em conjunto ou nos diversos tipos de *media* que o compõe, o micromundo hipertextual é um sistema simbólico sob todos os aspectos e, por isso, pode ser considerado como um texto. Afinal, como nos ensina Lins (2001),

> “(...) o que faz de um texto o que ele é, é a crença do leitor de que ele é de fato, resíduo de uma enunciação, ou seja, um texto é delimitado pelo leitor; além disso, ele é sempre delimitado no contexto de uma demanda de que algum significado seja produzido para ele”. (Lins, 2001, p.59)

Dito de outro modo, uma vez que o micromundo hipertextual se distancie das intencionalidades que lhe deram origem, novos significados serão produzidos. Alguns podem tornar essa escritura eletrônica ou parte dela mais representativa em relação às práticas da Educação Matemática, enquanto outros significados podem torná-la mais representativa em relação às práticas do Ensino Tradicional Vigente. Portanto, um resultado que referenda a minha tese de que para potencializar o uso pedagógico do computador, no sentido da Educação Matemática, é fundamental que o professor negue para si a legitimidade dos artificialismos preconizados pelo Ensino Tradicional Vigente, no ato em que faz uso desse tipo de maquinismo em sua prática docente. Em suma, de nada adianta a posse de bens de fundo instalados no espaço geográfico da escola, sem a presença de uma postura crítica do professor em relação à sua prática docente.

Por isso, a minha defesa de que as propostas para a inserção do computador na prática letiva da matemática não devem se limitar a uma simples transferência de tecnologia superior, pois como nos ensina Vieira Pinto (2005),

> “(...) reduzir o problema ao fato isolado da transferência da tecnologia superior demonstra pensar microscopicamente, significa cair na ingenuidade que chamamos de preocupação ‘com um só problema’, desconhecendo o conceito dialético de totalidade e revelando falha da percepção do movimento da realidade nos múltiplos aspectos.” (P. 297)

Finalmente, no âmbito do trabalho técnico de programação, o resultado relevante foi a biblioteca de novos recursos computacionais oferecida pela implementação do micromundo NÚMEROS PRIMOS, a qual me possibilitou inserir, com relativo conforto, esse tipo de escritura eletrônica no âmbito de minha prática letiva da matemática, a partir do ano letivo de 2004.

TERCEIRO MOVIMENTO

Do Micromundo Hipertextual ao projeto *Livro de Areia*[36]

1 – O micromundo hipertextual CONJUNTOS & RELAÇÕES

1.1 - Apresentação

Em meados do ano letivo de 2003, com os recursos da biblioteca de rotinas oriunda do trabalho de implementação do micromundo NÚMEROS PRIMOS, iniciei o desenvolvimento de um novo micromundo hipertextual para captar informações sobre as implicações advindas da utilização desse tipo de escritura no apoio à minha prática letiva de matemática que, por essa época, estava centrada integralmente em classes do primeiro ano de Ensino Médio da Escola Y. Por isso, um trabalho de implementação pautado naquilo que era, e ainda é, a principal demanda dos estudantes de ensino médio dessa escola para com a matemática, ou seja, o conteúdo programático das provas para o ingresso na Universidade Federal local. (Apêndice B pp. 117-118).

O resultado foi o micromundo hipertextual CONJUNTOS & RELAÇÕES que, no inicio do ano letivo de 2004, disponibilizava – conforme o esquema apresentado na figura 13 – dez textos-fragmento sobre o tema conjuntos e relações conexos a quatro aplicativos computadorizados e, além disso, apresentava por extensão alguns textos-fragmento do micromundo NÚMEROS PRIMOS, com objetivo de oferecer ao estudante a possibilidade de leituras em profundidade sobre os números naturais, os números irracionais e, também, a respeito das leis de formação de algumas sequências numéricas básicas.

Com relação às estratégias de ação para a inserção desse micromundo na sala de aula, a primeira delas foi disponibilizar essa escritura integralmente na internet a fim de garantir condições para justificar, perante a comunidade escolar como um todo, a pertinência dos recursos disponíveis em relação ao conteúdo programático exigido pela escola. Entretanto, como, nessa época, a internet ainda era um bem de consumo restrito aos estudantes provenientes das famílias mais

[36] Essa expressão foi tomada por empréstimo do conto ‘O Livro de Areia’ de Jorge Luis Borges (2001). Nesse conto, o autor nos apresenta a um personagem que compra um livro de um vendedor desconhecido. Compra, mas sem um objetivo definido. Porém, ao abri-lo, descobre um livro misterioso, sem início, sem final, sem sequência, mas que, a cada olhar, abre novas perspectivas, novas possibilidades de leitura.

abastadas, as estratégias que adotei para o uso dos recursos disponíveis na sala de aula foram as seguintes: 1) oferecer os textos-fragmento na forma de fichas de trabalho impressas; 2) no caso das tarefas computadorizadas, utilizar a sala de informática quando necessário; 3) e, finalmente, utilizar o livro didático para suprir as lacunas do micromundo CONJUNTOS & RELAÇÕES frente à totalidade do conteúdo programático, então prescrito para as provas de ingresso na Universidade Federal local. Note-se que, durante todo o trabalho com esse micromundo, o uso da internet como suporte às atividades de sala de aula foi meramente incidental. Portanto, um veículo que, nesse processo investigativo, permaneceu somente na qualidade de um recurso potencial.

Contudo, foi a partir dessa escritura eletrônica básica que realizei as minhas experiências de implementação de um micromundo hipertextual sob a tutela exclusiva das demandas oriundas das salas de aula de matemática. Inicialmente, com as demandas provenientes de meu trabalho letivo com diferentes classes de primeiro ano do ensino médio, durante os anos letivos de 2004, 2005 e 2006, e, por fim, com as demandas oriundas de uma classe de segundo ano desse mesmo nível de ensino durante o ano letivo de 2007.

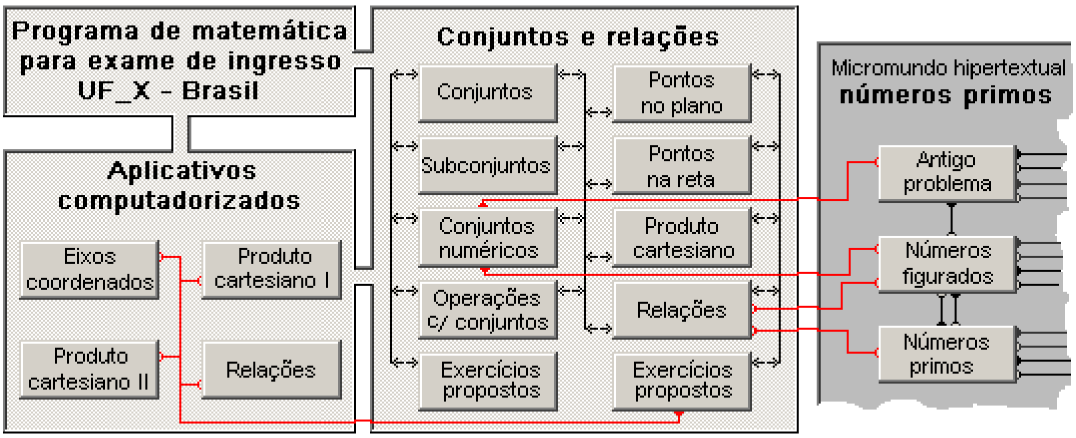


Figura 13: Em sua versão inicial, o micromundo hipertextual CONJUNTOS & RELAÇÕES agregava dez textos-fragmento e mais quatro aplicativos computadorizados em torno dos temas conjuntos e relações.

1.2 – Resultados e considerações

No caso das experiências realizadas com as classes de primeiro ano do Ensino Médio, os principais resultados foram efeitos do acúmulo quantitativo promovido pelo meu trabalho de ampliação do número de textos-fragmento do micromundo CONJUNTOS & RELAÇÕES, realizado durante os anos letivos de 2004 e 2005. Nesse sentido, o primeiro resultado se traduz por uma nova perspectiva para o processo de implementação do micromundo hipertextual, quando na qualidade de recurso didático-pedagógico para a sala de aula. Especificamente, ‘alimentar’ a escritura com fichas de trabalho, após a aplicação desse material nas aulas de matemática, ao invés de pré-fixar um rol de textos-fragmento para, em seguida, apresentar esse material aos estudantes. Em síntese, uma proposta pedagógica que procura subordinar a confecção de um rol de fichas de trabalho aos resultados obtidos com o processo de aplicação das fichas de trabalho anteriores, a fim de garantir a esse material didático um caráter avaliativo permanente.

O segundo resultado do processo de ampliação do micromundo CONJUNTOS & RELAÇÕES foi a possibilidade de suprimir o livro didático de matemática em favor dos textos-fragmento pertinentes a essa escritura eletrônica, a partir do ano letivo de 2006. Especificamente, ao invés de pautar parte de minha prática docente no livro didático de matemática adotado pela escola, passei a pautar as minhas aulas de matemática de modo exclusivo nos textos-fragmento desse micromundo acrescido pela confecção de fichas de trabalho. Daí, a minha constatação de que deixar de lado o livro didático não significa, necessariamente, romper com os paradigmas que regem a confecção desse tipo de recurso didático. Nesse sentido, uma simples leitura dos textos-fragmento, inicialmente oferecidos aos estudantes, é suficiente para constatarmos o quanto esse material ficou similar ao que, de um modo geral, é preconizado pelos livros didáticos, atualmente, disponíveis no mercado. (Apêndice B pp. 119-126). Em linhas gerais, um material pautado na aprendizagem de pré-requisitos o qual, como bem assinalou Papert (1986), somente *“(...) forçam o aprendiz a um padrão dissociado de aprendizagem e adiam o material ‘interessante’ para uma etapa posterior, quando a maioria dos estudantes já perdeu a motivação para aprendê-lo.”* (p. 151). Note-se que, do nível de percepção que atualmente me é possível, não é difícil ver que a principal razão para esse tipo de apropriação foi devida aos meus condicionantes culturais. Afinal, o livro didático era, até então, a principal referência para o meu trabalho letivo com a matemática no Ensino Médio. Logo, outro exemplo de uma apropriação por transição do micromundo hipertextual, em que o meio mais antigo procura se reinventar a imagem do novo e, por isso, somente enfatiza a recriação do já existente.

Contudo, o fato é que essas experiências viabilizaram a inserção de um recurso pedagógico alternativo em minha prática letiva, sem provocar grandes tensões com os estudantes e com os demais professores de matemática da Escola Y. Portanto, um resultado que, de algum modo, contribuiu para justificar a presença da Educação Matemática em minha prática docente, principalmente, se tivermos em conta que no Ensino Médio as exigências para o cumprimento do conteúdo programático são bem mais rigorosas do que aquelas que permeiam a prática docente do Ensino Fundamental.

No âmbito da pesquisa, a principal consequência desses resultados foi a reconfiguração de minha estratégia de ação para o uso do micromundo hipertextual na prática letiva da matemática. Especificamente, ao invés de pré-fixar um rol de textos-fragmento, decidi que essa escritura eletrônica passaria a ser alimentada somente por fichas de trabalho previamente aplicadas em sala de aula para, em seguida, serem disponibilizadas acompanhadas por tarefas computadorizadas, ou não, no sentido de atender às demandas dos estudantes advindas das aplicações dessas mesmas fichas de trabalho. E, o mais importante, fazer isso a partir de um ambiente inexplorado. Daí, a razão pela qual, durante o ano letivo de 2007, concentrei os meus esforços em apenas uma das classes do segundo ano de ensino médio da Escola Y. Quanto ao objetivo desse trabalho, oferecer aos estudantes possibilidades para uma aprendizagem mais ativa.

O primeiro resultado obtido a partir dessa nova perspectiva de trabalho é o fato de que a autoridade externa do conteúdo programático de matemática para as provas de ingresso na Universidade Federal local não deve ser considerado um obstáculo intransponível para o rompimento com alguns dos artificialismos do Ensino Tradicional Vigente e, nem tampouco, um impedimento para propostas alternativas que tenham por objetivo oferecer ao estudante possibilidades de reformular sua história de vida a partir de uma nova perspectiva.

No caso das fichas de trabalho, a forma que encontrei para romper, em parte, com a postura tradicional de ensino foi despertar o interesse dos estudantes para um determinado assunto da matemática com as questões mais recentes dos exames para ingresso na Universidade Federal local para, em seguida, oferecer, enquanto espaço para investigação, um rol de problemas de matemática para que pudéssemos, em conjunto, construir os conceitos necessários à resolução das questões, inicialmente, apresentadas. Note-se que, no âmbito da prática docente, é uma perspectiva de trabalho que possibilita ao professor sair da posição de falante e assumir a posição de ouvinte e, além disso, se *“(...) afastar da prática didática, que coloca uma tarefa de aprendizagem especifica diante do aluno, e se aproximar de uma prática pedagógica da matemática, que coloca o aluno dentro da tarefa de aprendizagem.”* (Baldino, Lista de discussão eletrônica da SBEM-Unesp, 2009).

A possibilidade de oferecer propostas alternativas – no sentido de viabilizar ao estudante condições para reformular sua história de vida passada – pode ser observada na maneira pela qual dei inicio ao trabalho com a trigonometria. Especificamente, ao abordar esse assunto, ao invés de mostrar aos estudantes o conhecimento sobre triângulo retângulo que eles deveriam ter trazido do nono ano do ensino fundamental, lancei, por assim dizer, esses alunos de ‘paraquedas’ nas coordenadas polares (Quadro 7). Portanto, uma proposta de trabalho que em relação, por exemplo, à autoridade externa do livro didático oferece, no mínimo, a possibilidade de se estabelecer uma sequência de ensino mais adequada às reais demandas e necessidades dos estudantes.

Quadro 7

Ficha de Trabalho – Segundo ano do Ensino Médio

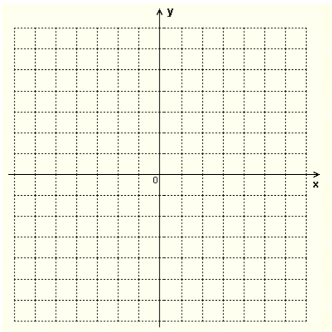
Primeiras considerações sobre trigonometria
Provocações

I) Qual é o ângulo formado pelos ponteiros de um relógio, quando este relógio marcar os seguintes horários:

a) 18:15 b) 8:40 c) 15:45

II) Marque no plano cartesiano os seguintes pontos:

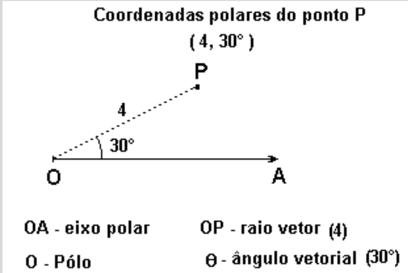
A (-2, 4)
B (4, -2)
C (3, 0)
D (3, 7)
E (0, -5)
F (-7, -3)
G (-5, 0)



▼

▲

Coordenadas polares: no sistema de coordenadas polares, um ponto é localizado especificando-se sua posição em relação a uma reta fixa – denominada *eixo polar* – e um ponto fixo sobre a referida reta – denominado *polo*. (Vide figura).



Exercício: Marque no sistema de coordenada polar os seguintes pontos:

A (5, 30°)

B (3, 105°)

C (1, 330°)

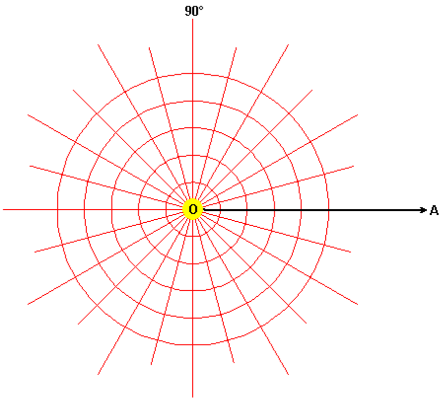
D (3, -120°)

E (4, -30°)

F (2, 750°)

G (5, -540°)

H (0, 1330°)



Quadro 7: Ficha de trabalho utilizada para a introdução do tema trigonometria, em uma classe do segundo ano de Ensino Médio, durante o ano letivo de 2007.

Em relação ao trabalho de elaboração/sugestão de tarefas complementares referentes aos assuntos propostos através das fichas de trabalho, o resultado foi o indicativo da ausência, em um número expressivo de estudantes do Ensino Médio da Escola Y, de conhecimentos operacionais básicos para o estudo da matemática que é exigida pelo conteúdo programático dos exames para o ingresso na Universidade Federal local. A prova disso está na predominância dos assuntos que orientaram a confecção desse material auxiliar, isto é, tabuada, operações com números inteiros, operações com frações, resolução de equações, entre outros. (Apêndice B pp. 127-131). Logo, um resultado que demonstra o caráter avaliativo dessa perspectiva pedagógica, pois oferece ao professor a possibilidade de conduzir sua prática docente de modo mais adequado às reais necessidades dos estudantes e, além disso, oferece subsídios para sessões de ensino remedial em recuperação paralela. (cf. Baldino, 2005).

Finalmente, quanto ao conjunto de aplicativos e tarefas computadorizadas disponibilizados no micromundo CONJUNTO & RELAÇÕES, afora algumas aplicações incidentais, trata-se de um material didático-pedagógico que ficou apenas na qualidade de recurso potencial. A principal razão é que, durante o decurso desse estudo, a sala de informática — composta por doze computadores — raramente disponibilizava mais de oito máquinas operacionais para uma média de trinta alunos por classe. Contudo, o fato é que, perante a comunidade da Escola Y, essas experiências justificaram a presença de uma conduta alternativa no âmbito de minha prática letiva e, por isso, possibilitaram que, nos trabalhos subsequentes, eu pudesse focar minha atenção na busca de uma alternativa à sala de informática que viabilizasse a presença mais efetiva dos aplicativos computadorizados no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

2 – O projeto *livro de areia*

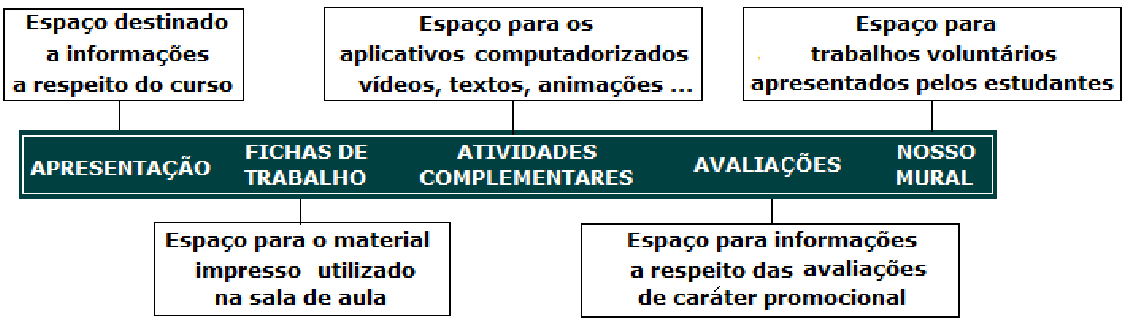
O 'Livro de Areia' agrega, em sua gênese, os principais resultados obtidos com as experiências realizadas a partir do micromundo hipertextual CONJUNTOS & RELAÇÕES. Especificamente, a dinâmica da sala de aula regida pelo trabalho sistemático de confecção e aplicação de fichas de trabalho impressas, a inocuidade da sala de informática como veículo para a integração de tarefas computadorizadas no dia a dia da sala de aula e, por fim, o rápido processo de socialização da internet no âmbito da população estudantil da Escola Y, observado durante o ano letivo de 2007. A confluência desses resultados é o projeto 'Livro de Areia', ou seja, um estudo focado nas classes de sexto ano do Ensino Fundamental, cujo objetivo tem sido o de procurar conhecer a força potencial e os limites da internet como veículo alternativo à sala de informática para a integração de tarefas computadorizadas no dia a dia da sala de aula. Operacionalmente, a ideia central é fazer com que parte da dinâmica da sala de aula de matemática possa surgir no computador do estudante através da postagem sistemática das fichas de trabalho na internet e, com isso, procurar inserir as tarefas computadorizadas enquanto parte integrante do material disponível para o estudo do conteúdo programático da série a que se destina. Portanto, uma perspectiva pedagógica que procura colocar aspectos relacionados à dinâmica da sala de aula dentro do computador do estudante e, por isso, se afasta da perspectiva didática usual vigente que apenas procura adequar o cotidiano da sala de aula perante a sala de informática ou, o que dá no mesmo, diante de um maquinismo frio em relação à história de vida escolar do aluno.

Quanto às ações pertinentes ao desenvolvimento desse projeto, trata-se de um processo investigativo que, atualmente, pode ser subdividido em dois momentos distintos. O primeiro, realizado durante o período de 2008 a 2010, em que o trabalho de experimentação dessa nova perspectiva de trabalho ficou a cargo exclusivo do pesquisador como professor das classes de sexto ano na Escola Y e, por fim, o segundo momento em que, a partir do ano letivo de 2013, o controle de utilização da escritura eletrônica, no dia-a-dia da sala de aula, foi transferido integralmente para as mãos da atual professora de matemática das classes de sexto ano nessa mesma escola, ficando o pesquisador na qualidade de webmaster para garantir a atualização permanente dessa escritura na internet.

Finalmente, a razão pela qual optei por focar esses estudos nas classes de sexto ano do ensino fundamental foi o micromundo hipertextual NÚMEROS PRIMOS que, além de disponibilizar certa variedade de aplicativos computadorizados voltados para este mesmo ano escolar, oferecia suporte teórico para que eu pudesse justificar a utilização desses aplicativos frente ao conteúdo programático exigido pela Escola Y.

3 – O livro de areia SEXTO ANO do Ensino Fundamental

Em sua versão atual, o livro de areia SEXTO ANO disponibiliza para o professor cinco espaços distintos conexos através de um *menu* linear, conforme o esquema apresentado abaixo.



Como dito anteriormente, as experiências realizadas com essa base eletrônica se subdividem em dois momentos. O primeiro, realizado durante o período de 2008 a 2010, em que o trabalho de experimentação ficou cargo exclusivo do pesquisador como professor das classes de sexto ano na Escola Y — cujo resultado foi livro de areia SEXTO ANO (versão 2010) — e, por fim, o segundo momento em que, a partir do ano letivo de 2013, o controle de utilização dessa escritura, no cotidiano da sala de aula, foi transferido integralmente para as mãos da atual professora de matemática das classes de sexto ano nessa mesma escola e, cujo resultado foi o livro de areia SEXTO ANO (versão 2014).

3.1 – O livro de areia SEXTO ANO (versão 2010)

Durante o primeiro momento de desenvolvimento desse projeto, a ênfase das investigações foi o processo sistemático de confecção e aplicação das fichas de trabalho impressas que, ao final do ano letivo de 2009, me proporcionou ter em mãos um número representativo de tarefas pontuais para serem organizadas e impressas, as quais me possibilitaram conduzir, durante o ano letivo de 2010, o conteúdo programático de modo não sequencial, no sentido de oportunizar aos estudantes rever os tópicos a partir de diferentes enfoques ou diferentes níveis de profundidade. (Apêndice C, pp 133-155).

Entretanto, no que se refere aos aplicativos computadorizados, a utilização sistemática desses recursos ficou restrita à sala de informática deixando, assim, o uso individual a cargo do interesse pessoal do estudante. Quanto às razões para isso, a primeira foi porque, durante o período em realizei essas experiências, sempre foi representativo o número de estudantes sem acesso à internet em seus respectivos lares. A segunda razão foi a ausência de recursos técnicos em minha biblioteca de rotinas, para oferecer um acesso mais intuitivo a esses aplicativos a partir do ambiente livro de areia. Assim, para operar as tarefas computadorizadas o estudante precisava fazer um *download* desses arquivos antes de utilizá-los. (Quadro 8).

Instruções para download
1- Antes de fazer o download, recomenda-se a criação de uma pasta ( ) para o recebimento do arquivo.
2- Em seguida, clique sobre o título desejado e siga as instruções de seu navegador para a transferência de um arquivo no formato ***.zip** ( ).
3- Clique sobre o arquivo ***.zip** ( ) para descompactá-lo. A descompactação irá gerar uma pasta ( ) de mesmo nome do arquivo *.zip.
4- Para rodar o programa, abra a nova pasta gerada e clique sobre o arquivo **.exe** (come_?).

Quadro 8: instruções para a utilização das tarefas computadorizadas, a partir do sistema operacional Windows XP da Microsoft.

Note-se que, partir de 2010, a manipulação das tarefas computadorizadas ficou ainda mais difícil, tendo em vista que as versões superiores do sistema operacional Windows XP da Microsoft deixaram de oferecer suporte para que esses aplicativos funcionassem nesse ambiente. Assim, para utilizar uma tarefa computadorizada, o estudante passou a necessitar, também, de um emulador instalado em sua máquina.

Contudo, o fato é que essas experiências, por serem bem recebidas pela comunidade escolar, acabaram promovendo a aproximação de alguns professores do Departamento de Matemática da Escola Y interessados nos resultados de meu trabalho de criação e implementação de recursos computadorizados para a prática letiva da matemática. Portanto, um resultado satisfatório, uma vez que me possibilitou justificar a presença efetiva do computador em minha prática letiva da matemática na Escola Y, mas que, no entanto, deixou em aberto a segunda questão proposta para essa pesquisa como um todo. Ou seja, o desafio de garantir um suporte logístico que, de modo alternativo à sala de informática, atendesse satisfatoriamente as demandas para a utilização de tarefas computadorizadas no dia a dia das aulas de matemática.

3.2 – O livro de areia SEXTO ANO (versão 2014)

Antes de dar início ao relato dessa experiência, vou tecer um breve comentário sobre os recursos de informática que a Escola Y, atualmente, oferece aos seus docentes e estudantes. Como visto anteriormente, no final de 2007, os recursos de informática para o uso letivo da Escola Y resumia-se a uma sala de informática equipada com doze computadores obsoletos. Contudo, a partir de 2008, com o sistemático apoio do governo federal, a administração escolar local elevou esses recursos a níveis inimagináveis na época. Assim, após uma ampla reforma do espaço físico, a Escola Y, atualmente, disponibiliza, entre outros recursos, uma sala de informática com cerca de trinta computadores e, a partir do início do ano letivo de 2014, um computador com Datashow, em cada sala de aula, ligado a uma rede eficiente de internet. E é nesse binômio Datashow-internet, associado à internet pessoal do estudante, que reside a nossa atual alternativa à sala de informática para o uso das tarefas computadorizadas no dia a dia da aula de matemática. Dito isso, passemos ao livro de areia SEXTO ANO (versão 2014).

No início do ano letivo de 2012, fui procurado pela atual professora de matemática das classes de sexto ano ─ professora Cláudia ─ a qual me solicitou permissão para utilizar o material disponível no livro de areia SEXTO ANO (versão 2010). Assim, após fornecer todas as fichas de trabalho e todos os aplicativos computadorizados disponíveis à professora, passei a acompanhar de modo sistemático o trabalho dessa docente no âmbito da Escola Y para observar o uso das fichas de trabalho e, também, para garantir suporte nas aplicações das tarefas computadorizadas na sala de informática. Foi quando verifiquei que, ao invés de utilizar as fichas de trabalho prontas, a professora estava utilizando parte de minhas tarefas pontuais para serem impressas como complemento para a confecção de suas próprias fichas de trabalho. Daí, o meu convite para que a professora Cláudia assumisse a administração do livro de areia, ficando eu com a função de garantir a permanente atualização e um satisfatório funcionamento dessa escritura na internet. Assim, dei início ao meu atual trabalho de campo.

O primeiro resultado desse trabalho ─ obtido no início do ano letivo de 2013 ─ foi o fato de o sistema operacional, no qual estava ancorado o livro de areia, estar totalmente obsoleto, tanto em relação às diferentes exigências dos atuais navegadores de internet *Google Chrome*, *Mozilla FireFox* e *Internet Explorer,* como em relação ao sistema operacional *Windows 7* da *Microsoft,* então instalado nos computadores da sala de informática. Assim, a solução foi reconfigurar o sistema operacional para que ele pudesse funcionar de modo satisfatório que, por sua vez, se traduz por um trabalho lento e sinuoso, principalmente, pela minha necessidade de aprender a programar na linguagem JavaScript[37], para assegurar um acesso mais intuitivo para o manuseio dos aplicativos computadorizados.

Observe que isso deixa transparente que uma característica importante de minhas pesquisas sobre a utilização do computador na Educação Matemática sempre foi o trabalho em duas frentes que esses estudos, invariavelmente, demandam. De um lado, os estudos de assuntos pertinentes à Educação Matemática, a partir dos quais estabeleço minhas hipóteses para a utilização

---

[37] *JavaScript* é uma linguagem de programação interpretada. Foi originalmente implementada como parte dos navegadores web para que scripts pudessem ser executados do lado do cliente e interagissem com o usuário sem a necessidade deste script passar pelo servidor, controlando o navegador, realizando comunicação assíncrona e alterando o conteúdo do documento exibido. É, atualmente, a principal linguagem para programação *client-side* em navegadores web.

didático-pedagógica do computador e, do outro lado, os estudos sobre programação de sistemas computacionais, cujo objetivo é adquirir tecnologia para que essas hipóteses possam ser implementadas. Assim, embora interdependentes, são trabalhos distintos cujo efeito é o de um pêndulo que ora centra o foco de minhas atenções na Educação Matemática, ora nos aspectos puramente técnicos da programação de computadores. No caso do livro de areia, isso significa que essa base de trabalho é ainda bastante experimental no âmbito de meus estudos a respeito da Educação Matemática, ou seja, significa que boa parte de meus esforços mais recentes estiveram quase que, exclusivamente, voltados para a aquisição de tecnologia computacional. Em suma, o que desejo deixar claro é que os resultados que temos obtido com essa escritura eletrônica no âmbito da prática letiva, embora se avolumem, ainda carecem de uma análise mais acurada.

Entre os resultados obtidos com o trabalho de programação vale destacar a revitalização dos aplicativos EQUAL e TRINCA-ESPINHAS e, além disso, o desenvolvimento de um novo tipo de aplicativo que passei a denominar ‘tarefa de areia’ (Figura 14). Especificamente, esse tipo de aplicativo tem por objetivo procurar garantir uma maior integração entre as fichas de trabalho impressas e os aplicativos computadorizados. De modo geral, uma tarefa de areia é composta por três ou quatro tarefas pontuais relacionadas a um determinado assunto, em que o aluno, após completar os resultados, avalia com o auxilio do computador a adequação das respostas que apresentou. Quanto à verificação o computador esta instruído a avaliar os resultados somente após o estudante responder a todas as questões apresentadas em cada item. Note-se que os valores numéricos variam de modo aleatório a cada diferente acesso desse material na internet.

Finalmente, no cômputo geral, esse trabalho de programação disponibilizou à professora Cláudia seis tarefas computadorizadas e sete tarefas de areia, para serem utilizadas ao longo do ano letivo de 2014. (Apêndice C, pp. 155-159). Sem dúvida, um resultado modesto se comparado ao volume de recursos disponíveis a partir de minha antiga biblioteca de rotinas computacionais. Contudo, sabemos pela experiência que, no desenvolvimento de uma nova biblioteca de rotinas, é razoável a utilização de meios mais elementares para que a atividade crescente possa corresponder a instrumentos de elaboração mais complexa.

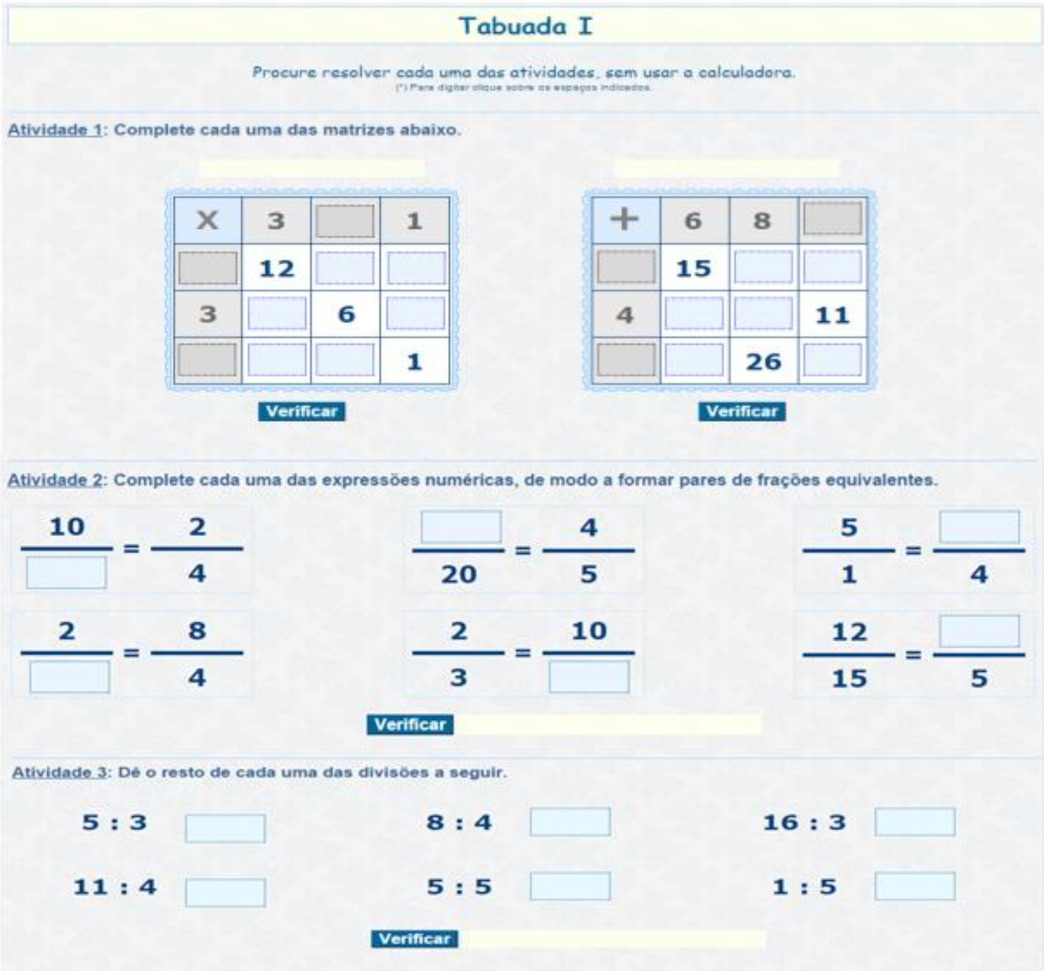


Figura 14: Uma tarefa de areia é, geralmente, composta por três ou quatro tarefas pontuais relacionadas a um determinado assunto, em que o aluno, após completar os resultados, verifica a adequação das respostas que apresentou, com o auxilio do computador.

4 – Resultados e considerações

Na última entrevista que realizei com a Profa. Cláudia, os principais resultados obtidos dizem respeito às implicações do processo de confecção e aplicação das fichas de trabalho impressas na prática letiva dessa professora e, também, as estratégias utilizadas pela docente no sentido de integrar os aplicativos computadorizados no dia a dia da sala de aula.

No caso da confecção e aplicação das fichas de trabalho impressas, o primeiro resultado se traduz por uma aproximação da docente a uma prática letiva que procura apresentar conteúdo programático de modo não sequencial, no sentido de oportunizar aos estudantes rever os tópicos a partir de diferentes enfoques ou diferentes níveis de profundidade que, por sua vez, alterou de modo significativo a dinâmica da sala de aula dessa professora.

Pesquisador: “Como você trabalhou com as fichas de trabalho impressas?”

Profª Cláudia: *“O que eu tento não fazer (...) que eu fazia muito, antes, era aquela sequência né? Aquela sequência linear que a gente tinha. Hoje eu já tento, comparando com o que você fazia, que eu acho muito interessante, pegar os conteúdos (...) não necessariamente sequenciais. Então, frações misturadas com os decimais, com os naturais ou com sequência. O que eu tento evitar é aquela sequência. Porque, como que eu fazia antes (...) Estava trabalhando fração, por exemplo, então a ficha vinha só fração. Estava falando de problemas, por exemplo, porcentagem. Então só porcentagem. Então, hoje eu tento fazer uma mistura entre os conteúdos que estou trabalhando”.*

Pesquisador: “E o que mudou?”

Profª Cláudia: *“Ficou melhor. Os alunos falavam que era cansativo fazer sempre a mesma coisa, o mesmo conteúdo. Os alunos falavam:* 'Nossa ! Só porcentagem isso aqui?' *Então, agora mudou (...) e tem também a questão de recuperar sempre o que já foi falado antes para não ficar perdido. Sempre retomar. Então, nas fichas tinha conteúdo que eu já tinha trabalhado. Então, volta”.*

Portanto, um indicativo da presença de um salto qualitativo em favor de uma prática letiva pautada em aspectos defendidos pela Educação Matemática, principalmente se levarmos em conta a utilização não ortodoxa do livro didático realizada pela Professora Cláudia, durante o ano letivo de 2014.

Pesquisador: “Como ficou o livro didático na sua sala de aula?

Profª Cláudia: *“Ele aparece mas .... não é presente. O livro, por exemplo, ele fica no armário da sala. Às vezes, eu seleciono ... por exemplo, esse ano, eu posso falar que eles levaram o livro para casa assim umas ... cinco vezes foi muito* (risos). *Porque às vezes, eu selecionava algumas coisas e eles faziam. Eu não abandono, mas ele está presente mais em relação a uma sequência de atividades que eu acho interessante. É uma seleção. Ele não é mais aquela coisa que você usa na sequência”.*

Outro aspecto relevante é a postura da professora, frente ao processo de confecção das fichas de trabalho, a qual reafirma a minha tese de que para potencializar o uso pedagógico do computador, no sentido da Educação Matemática, é fundamental que o professor negue para si a legitimidade dos artificialismos preconizados pelo Ensino Tradicional Vigente, no ato em que faz uso desses materiais em sua prática docente. De nada adianta a posse de bens de fundo instalados no espaço geográfico da escola, sem a presença de uma postura crítica do professor em relação à sua prática docente Daí, a minha rejeição em ver na simples disseminação do uso do computador um elemento comprovador da 'qualidade' presente na opção defendida pelas elites acadêmicas brasileiras de que é preciso entrar na era tecnológica para superar as desigualdades. Sem acabar com a desigualdade, não deixa de ter importância a ferramenta rústica na escola.

Pesquisador: "Como você vê a necessidade contínua de confeccionar as fichas de trabalho? Você considera uma tarefa cansativa?"

Profª Cláudia: *"Não é um trabalho cansativo porque você acaba acreditando que aquele caminho que é o certo. Eu não sei se é o certo, mas é o ideal. Por exemplo, se você comparar antes com o livro didático, eu acho que é mais positivo dessa forma. Então, não é cansativo porque você acredita mais nele, se comparado ao que era feito antes. Era pautado no livro mesmo que a gente adota sempre".*

Com relação à integração dos aplicativos computadorizados ao dia a dia da sala de aula, a professora nos oferece alguns ensinamentos valiosos de como fazer isso. Por exemplo, marcar uma tarefa de areia para o trabalho extraclasse do aluno para, depois, corrigir essa mesma tarefa na sala de aula junto aos estudantes. (Quadro 9).

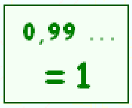
6º ano / Ensino fundamental / Matemática / 2014
Profa.: Cláudia
TAREFA 3 - 3° TRIMESTRE - 08/10/2014

Senhor responsável

Durante a semana o seu filho deverá acessar o site www.projetozk.com/Claudia para desenvolver uma atividade. Conto com sua colaboração e supervisão para a realização da mesma.

Orientações:

- Acessar o site www.projetozk.com/Claudia
- Entrar em Atividades Complementares - WebQuest - **Números Decimais**



OBS: Cada atividade da WebQuest tem diferentes variações. Faça essas variações durante a semana.

- Data de discussão da tarefa em sala de aula - 23/10/2014 - quinta-feira
- Assinatura do responsável: ____

Quadro 9: uma estratégia para a inserção dos aplicativos computadorizados, no dia a dia da sala de aula, é marcar uma tarefa de areia para o trabalho extraclasse do estudante para, depois, corrigir essa mesma tarefa na sala de aula junto aos alunos.

Pesquisador: "Como foi o trabalho com as tarefas de areia?"

Profª Cláudia: "*Esse ano foi muito melhor do que o ano passado (2013). No ano passado, a gente começou mesmo já no segundo semestre. Foi muito naquela ideia da autonomia deles. Deles usarem. O retorno foi muito pequeno. Esse ano eu já fiz diferente (Risos) Aí eu não sei. No primeiro semestre, bem, eu ia para sala, eu mostrava, apresentava. Nem marcava dia. Chegava lá, apresentava para eles. Teve uma vez que fui na sala de informática. No segundo semestre, eu já comecei marcar mesmo. Olha nós vamos fazer ... como tarefa! Substituindo as tarefas semanais impressas. Então, teve algumas tarefas semanais que era tarefa do site. Eu não me preocupava se aluno fez ou não fez. Não tinha aquela cobrança. Eu pedia ao pai para assinar que estava ciente de que a tarefa estava marcada. E aí no dia da dúvida, aí já não tinha um dia específico, não era necessariamente a quinta-feira, e aí a gente fazia na sala.(...) Tem que trabalhar diferente. O que foi diferente esse ano em relação ao anterior? Não deixar por conta. Não deixei por conta, funcionou melhor. Eles entravam, faziam, davam retorno ...*

Pesquisador: "Qual foi a sua dinâmica para trabalhar com esse material na sala de aula?"

Profª Cláudia: *"Eu fazia assim: quando eu entrava no site, e no caso das tarefas de areia, cada um ia fazendo uma para que todos pudessem participar. Aí quando um errava, eles logo levantavam o dedo. 'Tá errado, deixa eu corrigir. Aí eu dizia, calma, vamos esperar. Eu usava essa dinâmica na sala de aula".*

Pesquisador: "Você usou os aplicativos computadorizados?"

Profª Cláudia: *"Usei sim. Usei o TRINCA-ESPINHA. Foi na vez que eu levei os alunos na sala de informática. Eu lancei um desafio de quem fizesse com quarenta números. Dois meninos conseguiram.(...) Então, eles fizeram. (...) Depois eles ficavam em cima de mim para tentar novamente. (...) Teve um que veio e disse: 'Olha! Eu consegui. Eu escrevi os números para te mostrar que eu consegui.' (Risos). Então, eu fiz o Trinca assim. Eu fiz primeiro na sala com eles explicando e, depois, eu fui para a sala de informática.*

O último resultado que quero ressaltar é o indicativo de que o binômio Datashow-internet, associado à internet pessoal do estudante, se constitui uma alternativa à sala de informática para o uso das tarefas computadorizadas no dia a dia da aula de matemática. Desse modo, um resultado significativo em relação à segunda questão proposta para essa pesquisa. Ou seja, o desafio de garantir um suporte logístico que, de modo alternativo à sala de informática, atendesse satisfatoriamente as demandas para a utilização de tarefas computadorizadas no dia a dia das aulas de matemática.

Pesquisador: “Como foi o uso da sala de informática?”

Prof^{a} Cláudia: “*Esse ano, eu acho que fui lá uma vez. Foi quando usei o TRINCA-ESPINHAS. Quando eu percebi que na sala de aula estava funcionando, aí eu larguei de vez. Porque lá é uma confusão. Você lembra? Chegava lá, metade não estava funcionando ou chegava lá, a internet não entrava. E aí quando eu vi que na sala de aula eu estava conduzindo melhor. Estava sendo possível e eles também não tinham mais aquela tensão de ir para a sala de informática. E eles também se acomodaram dessa forma. Eles não apresentavam mais tanta demanda de ir para a sala de informática. Não fui mais”*.

E esses são os principais resultados que obtivemos, até agora, sobre a utilização da base eletrônica livro de areia como suporte ao trabalho dinâmico de confecção e aplicação de fichas de trabalho e para a inserção de aplicativos computadorizados no dia a dia da prática letiva da matemática. Portanto, um trabalho ainda bastante experimental, cujo potencial em relação ao processo de ensino e aprendizagem da matemática é um novo horizonte a ser explorado.

Finalmente, para o leitor explorar com maior profundidade esse tipo de escritura eletrônica, está disponível, no CD que acompanha esse trabalho, uma versão demonstrativa do livro de areia SEXTO ANO do Ensino Fundamental que, em hipótese alguma, deverá ser lido como um método de ensino para a matemática. Afinal, não é meu interesse com esse trabalho ensinar ao professor a se defender do computador ou dizer como ele deve interpretar esse maquinismo. Mas, apenas estimular, através da diversidade oferecida por um subsistema crítico alternativo, uma cultura de opções pessoais que qualifique esse tipo de usuário a fazer sua própria crítica, no ato em que se apropria da técnica mais elaborada a seu favor.

CONCLUSÃO

Antes de iniciar os meus trabalhos com o computador na prática letiva da matemática, a natureza na qual eu estava destinado a viver era a do Ensino Tradicional Vigente, ou seja, um lugar onde o que se espera é ver os alunos em fileiras e o professor de pé falando em frente ao quadro. Portanto, como bem assinala Baldino (1995), uma perspectiva pedagógica que se assenta na seguinte concepção epistemológica: pensa-se que o professor transmite o conhecimento falando e que o aluno aprende vendo.

Contudo, ao cercar-me de diferentes recursos computadorizados, constituí uma nova natureza, a qual me possibilitou antever e contrapor, através de minha prática letiva, a ortodoxia desse tipo de prática docente com algumas das recentes e atuais tendências da Educação Matemática e, assim, estabelecer condições mais confortáveis de trabalho em relação a minha função social de oferecer, como professor, ambientes mais favoráveis para o aprendizado da matemática. Logo, uma nova natureza que, por se constituir cercada de recursos computadorizados, toma como antinatural a ausência do computador em seu espaço existencial.

Assim, o primeiro ponto a ser ressaltado nesse trabalho é o de que, ao dizer que o computador foi fundamental para a constituição de uma nova perspectiva pedagógica, isso não significa, de minha parte, uma defesa no sentido de que a simples presença desse tipo de maquinismo – mesmo considerando o amplo espectro atual para a utilização dessa tecnologia – constitua-se, por si só, garantia de renovação educacional. Pelo contrário, significa apenas que a alteração de minha perspectiva pedagógica foi inerente à aquisição de técnicas com as quais aprendi a evitar a repetição de experiências negativas e a recolher das positivas os aspectos significativos que, por conseguinte, me possibilitaram a intentar outros. Afinal, como nos ensina Vieira Pinto (2005), a técnica é sempre um modo de ser, um existencial do homem, e se identifica com o movimento pelo qual realiza sua posição no mundo, transformando esse último de acordo com o projeto que dela faz.

Daí, a minha tese de que para potencializar o uso pedagógico do computador, no sentido da Educação Matemática, é fundamental que o professor negue para si a legitimidade dos artificialismos preconizados pelo Ensino Tradicional Vigente, no ato em que faz uso desse tipo de maquinismo, em sua prática docente. Não é a técnica que determina o destino do homem, mas, pelo contrário, é o homem quem determina o destino da técnica.

E esse é o lema que tem orientado o meu trabalho de criação e implementação de aplicativos computadorizados educacionais, cujo primeiro resultado significativo se traduz por um extenso rol de aplicativos denominados *tarefas computadorizadas que,* pautadas na Teoria Psicogenética da Jean Piaget (1900-1980), podem ser entendidas como ambientes computadorizados para a exploração e investigação de conceitos matemáticos, cujo objetivo é atender a demandas de problemas didáticos inerentes ao processo de ensino e aprendizagem da matemática escolar.

Entretanto, não obstante a comprovação do valor educacional de muitas dessas tarefas computadorizadas, o fato é que, ao tentar inseri-las de modo efetivo no dia a dia de minhas salas de aula, obtive da comunidade docente na qual eu estava inserido como professor de matemática somente a contraditoriedade que é inerente a toda criação inventiva. Ou seja, a negatividade ou recusa que é proveniente do risco apresentado por uma nova experiência para o patrimônio de hábitos ou técnicas que uma comunidade consagrou e guarda, e com as quais, bem ou mal, vem enfrentando o desafio da realidade. Em síntese, um resultado que, entre outras coisas, demonstrou que a inserção da Educação Matemática na sala de aula não pode ser reduzida aos aspectos puramente epistemológicos da aprendizagem.

No plano prático, o principal efeito dessas experiências foi uma reorientação de meu interesse de estudo ─ até então focado, exclusivamente, nas possibilidades do computador como suporte ao processo de ensino e aprendizagem da matemática ─ para uma nova questão de pesquisa, ou seja, a do domínio dos desafios suscitados pela inserção do computador na minha prática letiva cotidiana. De modo específico, o desafio de estabelecer condições mais adequadas para justificar a utilização dos aplicativos computadorizados perante a minha comunidade docente e, também, o desafio de garantir um suporte logístico que, de modo alternativo à sala de informática, atendesse satisfatoriamente as demandas para a utilização desse tipo de material didático em minhas aulas de matemática.

Nesse novo sentido da pesquisa, minha primeira ação foi organizar as tarefas computadorizadas em pacotes temáticos de acordo com um determinado problema didático para, em seguida, oferecer esses pacotes aos professores de minha comunidade escolar e, também, aos professores-discentes matriculados, na minha disciplina, em um curso de pós-graduação *lato sensu*. Quanto aos resultados obtidos com essas intervenções, o primeiro se traduz na rigidez do material que, para oferecer ao estudante um determinado subconjunto de tarefas, obrigava o professor a disponibilizar todas as tarefas contidas no pacote. O segundo foi uma espécie de fortalecimento do anseio por fórmulas prontas que propiciem ao professor resolver problemas didáticos pontuais e imediatos de sala de aula.

No âmbito de meus estudos, a principal consequência dessas experiências foi o início de meus trabalhos de criação e implementação de uma escritura eletrônica multirepresentacional ─ denominada *micromundo hipertextual*, cujo projeto procurou agregar o conceito de micromundo oferecido por Papert (1986) e alguns dos princípios inerentes ao que Deleuze & Guattari (1996) denominam rizoma.

Dentre os resultados dessa nova empreitada, vale destacar o *micromundo hipertextual* NÚMEROS PRIMOS que, na técnica que o elevou à categoria de produto, se constitui por agenciamentos robóticos pré-estabelecidos sobre textos-fragmentos independentes os quais oferecem ao leitor a possibilidade de definir interativamente o fluxo de sua leitura. E, por isso, um tipo de escritura que, para o uso social, proporciona ao usuário duas opções distintas de leitura. De um lado, as leituras rápidas que privilegiam a componente fragmentação e, do outro lado, as leituras que negam essa fragmentação e, no universo das conexões acentradas disponíveis, procuram estabelecer um fluxo de leitura em profundidade que, por sua vez, não exclui a leitura pela fragmentação. Afinal, em função do tipo de fatos encontrados na realidade estudada, o leitor pode escolher um fluxo de leitura em detrimento do outro.

Contudo, o fato é que, nas apropriações didático-pedagógicas, esse tipo de escritura sofre o acréscimo da orientação do professor que procura conduzir a leitura dos estudantes. Nesse aspecto, os resultados obtidos com as investigações realizadas sugerem que, enquanto nas leituras pela fragmentação, esse tipo de escritura apenas reedita as práticas preconizadas pelo Ensino Tradicional Vigente; nas apropriações em profundidade, é razoável aceitar o *micromundo hipertextual* como um veículo para procedimentos didático-pedagógicos, com ênfase no trabalho investigativo do estudante, proporcionando, assim, intervenções mais significativas em relação ao processo de ensino e aprendizagem da matemática como um todo.

Portanto, resultados que ilustram a diferença entre técnicas aparentemente idênticas como atos formalmente desempenhados com as mesmas substâncias e instrumentos, mas distintas em essência porque estão a serviço de indivíduos com finalidades diferentes e, por isso, demonstram a assertiva de Vieira Pinto (2005) de que entre a mediação e a finalidade há uma relação dialética que, transportada para o terreno da práxis social, indica que uma e mesma mediação material muda de significado e valor quando em função de finalidades diferentes. Dito em outros termos, seja em conjunto ou nos diversos tipos de *media* que o compõe, o *micromundo hipertextual* é um sistema simbólico sob todos os aspectos e, por isso, pode ser considerado como um texto. Afinal, como nos ensina Lins (2001), o que faz de um texto o que ele é, é a crença do leitor de que ele é de fato, resíduo de uma enunciação, ou seja, um texto é delimitado pelo leitor; além disso, ele é sempre delimitado no contexto de uma demanda de que algum significado seja produzido para ele.

Desse modo, uma vez que o *micromundo hipertextual* se distancie das intencionalidades que lhe deram origem, novos significados serão produzidos. Alguns podem tornar essa escritura eletrônica ou parte dela mais representativa em relação às práticas da Educação Matemática, enquanto outros significados podem torná-la mais representativa em relação às práticas do Ensino Tradicional Vigente. Logo, um resultado que referenda a minha tese de que para potencializar o uso pedagógico do computador, no sentido da Educação Matemática, é fundamental que o professor negue para si a legitimidade dos artificialismos preconizados pelo Ensino Tradicional Vigente, no ato em que faz uso desse tipo de maquinismo em sua prática docente. Em suma, de nada adianta a posse de bens de fundo instalados no espaço geográfico da escola, sem a presença de uma postura crítica do professor em relação à sua prática docente.

Por isso, apresento a minha defesa de que as propostas para a inserção do computador na prática letiva da matemática não devem se limitar a uma simples transferência de tecnologia superior, pois, como nos ensina Vieira Pinto (2005), reduzir o problema ao fato isolado da transferência da tecnologia superior demonstra pensar microscopicamente, significa cair na ingenuidade que chamamos de preocupação ‘com um só problema’, desconhecendo o conceito dialético de totalidade e revelando falha da percepção do movimento da realidade nos múltiplos aspectos.

Em relação às implicações inerentes à utilização do *micromundo hipertextual* na prática letiva da matemática, vale destacar o que denomino dinâmica das fichas de trabalhos como perspectiva para o processo de implementação do *micromundo hipertextual*, quando na qualidade de recurso didático-pedagógico para a sala de aula. Especificamente, trata-se de ‘alimentar’ a escritura com fichas de trabalho, após a aplicação desse material nas aulas de matemática, ao invés de pré-fixar um rol de textos-fragmentos para, em seguida, apresentar esse material aos estudantes. Em síntese, uma proposta pedagógica que procura subordinar a confecção de um rol de fichas de trabalho aos resultados obtidos com o processo de aplicação das fichas de trabalho anteriores, a fim de garantir a esse material didático um caráter avaliativo permanente.

O resultado foi o que, atualmente, denomino *‘Livro de Areia’*. Em resumo, um tipo de escritura eletrônica que agrega, em sua gênese, a dinâmica da sala de aula regida pelo trabalho sistemático de confecção e aplicação de fichas de trabalho impressas, a inocuidade da sala de informática como veículo para a integração de tarefas computadorizadas no dia a dia da sala de aula e, por fim, o rápido processo de socialização da internet no âmbito da população estudantil brasileira. A confluência desses resultados é o projeto ‘Livro de Areia’, ou seja, um estudo focado nas classes de sexto ano do Ensino Fundamental, cujo objetivo tem sido o de procurar conhecer a força potencial e os limites da internet como veículo alternativo à sala de informática para a integração de tarefas computadorizadas no cotidiano da sala de aula.

Em termos operacionais, a ideia central é fazer com que parte da dinâmica da sala de aula de matemática possa surgir no computador do estudante através da postagem sistemática das fichas de trabalho na internet e, com isso, procurar inserir as tarefas computadorizadas enquanto parte integrante do material disponível para o estudo do conteúdo programático da série a que se destina. Portanto, uma perspectiva pedagógica que procura colocar aspectos relacionados à dinâmica da sala de aula dentro do computador do estudante e, por isso, se afasta da perspectiva didática usual vigente que apenas procura adequar o cotidiano da sala de aula perante a sala de informática ou, o que dá no mesmo, diante de um maquinismo frio em relação à história de vida escolar do estudante.

Quanto às ações pertinentes ao desenvolvimento desse projeto, trata-se de um processo investigativo que, atualmente, pode ser subdividido em dois momentos distintos. O primeiro, realizado durante o período de 2008 a 2010, em que o trabalho de experimentação dessa nova perspectiva de trabalho ficou a cargo exclusivo do pesquisador como professor das classes de sexto ano de uma escola pública federal e, por fim, o segundo momento em que, a partir do ano letivo de 2013, o controle de utilização da escritura eletrônica, no dia a dia da sala de aula, foi transferido integralmente para as mãos da atual professora de matemática das classes de sexto ano nessa mesma escola, ficando o pesquisador na qualidade de webmaster para garantir a atualização permanente dessa escritura na internet.

Em relação aos resultados obtidos durante o primeiro momento desse processo investigativo, merece destaque o satisfatório acolhimento do trabalho pela comunidade escolar na qual estou inserido como professor de matemática que, por sua vez, acabou promovendo o interesse de alguns docentes dessa mesma comunidade pelos produtos de meu trabalho de criação e implementação de recursos computadorizados para a prática letiva da matemática. Portanto, um resultado que me possibilitou justificar a utilização dos aplicativos computadorizados perante a minha comunidade docente e, por conseguinte, legitimar a presença da Educação Matemática na prática docente da escola.

Quanto aos resultados oriundos do segundo momento desse estudo, vale destacar o desenvolvimento de um novo tipo de aplicativo computadorizado que passei a denominar *tarefa de areia*. Especificamente, esse tipo de aplicativo tem por objetivo procurar garantir uma maior integração entre as fichas de trabalho impressas e os aplicativos computadorizados. Em linhas gerais, uma tarefa de areia é composta por três ou quatro tarefas pontuais relacionadas a um determinado assunto, em que o aluno, após completar os resultados, avalia com o auxilio do computador a adequação das respostas que apresentou.

O segundo resultado é o indicativo de que o binômio Datashow-internet, associado à internet pessoal do estudante, se constitui uma alternativa à sala de informática para o uso das tarefas computadorizadas no dia a dia da aula de matemática. Desse modo, um resultado significativo em relação à segunda questão proposta para essa pesquisa. Ou seja, o desafio de garantir um suporte logístico que, de modo alternativo à sala de informática, atendesse satisfatoriamente as demandas para a utilização de tarefas computadorizadas no dia a dia das aulas de matemática.

E esses são os principais resultados que obtidos, até o momento, sobre a utilização da base eletrônica *livro de areia* como suporte ao trabalho dinâmico de confecção e aplicação de fichas de trabalho e para a inserção de aplicativos computadorizados no dia a dia da prática letiva da matemática. Portanto, um trabalho ainda bastante experimental, cujo potencial em relação ao processo de ensino e aprendizagem da matemática é um novo horizonte a ser explorado.

Finalmente, para que o leitor possa explorar com maior profundidade esses dois tipos de escritura eletrônica, estão disponíveis, no CD que acompanha esse trabalho, o *micromundo hipertextual* NÚMEROS PRIMOS e uma versão demonstrativa do *livro de areia* SEXTO ANO do Ensino Fundamental que, em hipótese alguma, deverão ser lidos como métodos de ensino para a matemática. E isso, porque não é meu interesse com esse trabalho ensinar ao professor a se defender do computador ou dizer como ele deve interpretar esse maquinismo. Mas, apenas estimular, através da diversidade oferecida por um subsistema crítico alternativo, uma cultura de opções pessoais que qualifique esse tipo de usuário a fazer sua própria crítica, no ato em que se apropria da técnica mais elaborada a seu favor.

CD ENCARTE

Este CD contém as seguintes escrituras eletrônicas:

Micromundo hipertextual NÚMEROS PRIMOS

Atualmente, o micromundo hipertextual NÚMEROS PRIMOS agrega dezoito textos históricos ou conceituais e — entre aplicativos computadorizados e tarefas de outra natureza — dez sugestões didático-pedagógicas de interesse à Educação Matemática.

Livro de areia SEXTO ANO do Ensino Fundamental

(Versão Ilustrativa)

O livro de areia ilustrativo disponível neste CD reúne o conjunto de fichas de trabalho confeccionadas e aplicadas pelo pesquisador — enquanto professor de matemática das classes de sexto ano do Ensino Fundamental da Escola Y durante o ano letivo de 2010 — e as tarefas de areia e aplicativos computadorizados utilizados pela atual professora de matemática das classes de sexto ano nessa mesma escola, durante o ano letivo de 2014.

CLIQUE AQUI PARA NAVEGAR

OBSERVAÇÃO: Para explorar o material disponível neste CD sugerimos que o usuário utilize um dos navegadores de internet (Web Browser) listados abaixo.

Internet Explorer | Google Chrome | Mozilla Firefok

Última testagem em 28 de dezembro de 2014

BIBLIOGRAFIA

1- Livros, artigos e software citados

AVERY, R. R. **LOGO e o APPLE – Programas e exercícios em MLOGO**. Tradução de Nara Roesseler Sebastião. São Paulo: LTC, 1986.

BALDINO, R.R. & FERREIRA DA SILVA, J.E. **DOUBLEQUAL** (software). Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de For a, 1999. (Não publicado).

BALDINO, R.R. **Pesquisa-ação para formação de professores: leitura sintomal de relatórios**. In Pesquisa em educação matemática: concepções & perspectivas. (org.) BICUDO, M. A. V. São Paulo: Unesp, p. 221-245, 1999.

________, **On the epistemology of intergers**. Recherches en Didactiques des Mathemátics, V. 19, p. 213-248. 1998.

________, **Ensino remedial em recuperação paralela**. Zetétiké. Faculdade de Educação, Unicamp. Ano 3: n.3, p. 73-95. Março de 1995.

BATTRO, A. M. **Dicionário terminológico da Jean Piaget**. Tradução de Lino de Macedo. São Paulo: Pioneira, 1978.

BORBA, M. C. **Tecnologias informáticas na Educação matemática e reorganização do pensamento**. In Pesquisa em educação matemática: concepções & perspectivas. (org.) BICUDO, M. A. V. São Paulo: Unesp, p. 285 – 296, 1999.

CAVALCANTI, C. C. A. **Integrando geometria e álgebra na produção de significados dos produtos notáveis.** Monografia (Especialização em Educação Matemática) – Departamento de Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, 2010.

CHAPLIN, C. **Tempos Modernos**. [Filme-vídeo]. Direção de Patríciu Santans. Nova York, United Artist, 1936. (DVD P&B, 87 min.)

COELHO, F. F. **Robótica e Educação Matemática: um ensaio.** Monografia (Especialização em Educação Matemática) – Faculdade de Educação da Universidade Federal de Juiz de Fora, 2004.

COUCHOT, E. **Da representação à simulação: evolução das técnicas e das artes da figuração**. In: PARENTE, A. (Org.). Imagem máquina: a era das tecnologias do virtual. Rio de Janeiro: Ed. 34, 2004.

DELEUSE, G e GUATTARI, F. **Mil Platôs: capitalismo e esquizofrenia**. Vol 1. Tradução de Aurélio Guerra e Célia Pinto Costa. Rio de Janeiro: Editora 34, 1995.

Enciclopédia Básica de Informática (4 Volumes). São Paulo: Abril Cultural, 1984.

EVES, H. **Introdução à história da Matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 1995.

FERREIRA DA SILVA, J.E. & BALDINO, R.R. **An algebraic approach to algebra through a manipulative-computerized puzzle for linear system**. PME – 23. Haifa, Israel, 1999.

FERREIRA DA SILVA, J. E. **Micromundo hipertextual: Números primos**. (Software). Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, 2006. Disponível em:
http://www.projetozk.com/hipertextos/numeros_primos/ant_primos.htm

FERREIRA DA SILVA, J. E. **Trinca-espinhas** (Adaptação do software Trinca-espinhas - Portugal, s/d.). Disponível em,

<http://www.projetozk.com/base_p/jogos_atividades.htm>. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, 2013.

________, **INTEIRO** (software). Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, 2000. (Não publicado).

________, **Método Clínico em Ação.** Anais do Fórum de investigação qualitativa em educação, Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, 1998_b. pp. 34 - 37.

________, **Uma proposta para utilização do computador no processo e ensino e aprendizagem dos primeiros números do sistema hindu-arábico**. (Dissertação de Mestrado). São Paulo: Unesp, 1998_a. 126 p.

________, **GHOBAR** (software). São Paulo: Unesp, 1997. (Não publicado).

________, **Algumas implicações da teoria comportamental no ensino da matemática através do computador.** Trabalho final de curso apresentado ao Prof. Dr. Paulo Emerique na disciplina Teorias de Aprendizagem. Rio Claro: Unesp, 1995. (Não publicado).

HOGBEN, L. **Maravilhas da matemática: Influência e função da matemática nos conhecimentos humanos**. Rio de Janeiro: Globo, 1956.

JOHNSON, S. **Cultura da Interface: Como o computador transforma nossa maneira de criar e comunicar**. Tradução: Maria Luísa X. de A. Borges. Rio de Janeiro; Zahar, 2001.

LINS, R. C. **Porque discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática**. In Pesquisa em educação matemática: concepções & perspectivas. (org.) BICUDO, M. A. V. São Paulo: Unesp, p. 75 – 78, 1999.

MALTEMPI, M. V. **Construcionismo: pano de fundo para pesquisas em informática aplicada à Educação Matemática**. In: Educação Matemática: pesquisa em movimento. Org. Maria Aparecida Viggiani Bicudo e Marcelo de Carvalho Borba. São Paulo: Cortez, 2004. pp. 264-282.

MARCONDES FILHO, C. **Meddiacriticism ou o dilema do espetáculo de massa.** In: Crítica das práticas midiáticas: da sociedade de massa às ciberculturas / Org. José Luiz Aidar Prado. São Paulo: Hacker Editores, 2002.

NININ, M. O. G. **LOGO I / Geometria***.* Tradução de Elcio Fernandes. São Paulo: McGraaw-Hill, 1988.

OSTELAND, P. & BAKER, A. B. **We Interrupt This Program**. [Filme-vídeo]. Direct by David Frankel In: HANKS, T. at all. From the Earth to the moon (Episode 8). EUA: HBO Television Miniseries, 1998. (VHS).

PAPERT, S. **LOGO: computadores e educação**. São Paulo: Brasiliense, 1985.

PARENTE, A. ***O virtual e o hipertextual***. Rio de Janeiro: Pazulin, 1999.

PAULA, M. R. **Análise do livro didático segundo as mudanças nas políticas Públicas.** Monografia (Especialização em Educação Matemática) – Departamento de Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, 2008.

PERL,T. ***Math Rabbit*. Builds early math skills**. The Learning Company. USA, 1987. (1 disquete).

PIAGET, J. **Formação do símbolo na criança: imitação, jogo, sonho, imagem e representação.** Rio de Janeiro: Zahar, 1994, 367p.

PIMENTEL, H. G. **Introdução ao Turbo Basic**. Rio de Janeiro: LTC, 1988.

RODRIGUES, M. L. **Metodologia multidimensional em ciências humanas: um ensaio a partir do pensamento de Edgar Morin**. In: RODRIGUES, M. L. & LIMENA, M. M. C. (orgs) Metodologias multidimensionais em ciências humanas (13-32). Brasil: Líber Livro Editora, 2006.

SANTOS, M. L. S. **Informática no Brasil: a opção política é nossa**. Florianópolis: Ed. Da UFSC, 1986. 75p.

SCHILDT, H. **Inteligência artificial utilizando a linguagem C**. Tradução: Cláudio Gaiger Silveira, Mônica Soares Rufino. São Paulo: McGraw-Hill, 1989. (Prefácio)

SCOVSMOSE, O. **Cenários para investigação**. Bolema, Ano 13, n° 14, pp. 66 ─ 91. Rio Claro: Unesp, 2000.

Super Logo 3.0 (Kit educacional). São Caetano do Sul: Futurarte, s/d.

TAVARES, N. R. B. **História da informática educacional no Brasil observada a partir de três projetos públicos**. Disponível em: <http://www.lapeq.fe.usp.br/textos/tics/ticspdf/neide.pdf>. Último acesso em agosto de 2014.

THAN, M. **O homem que calculava: aventuras de um singular calculista persa**. Trad.: Breno Alencar Bianco. Rio de Janeiro: Conquista, 1956.

TK 90X. Manual de operação. São Paulo: Microdigital, 1985.

VIEIRA PINTO, A. **O conceito de tecnologia**. (V. 1). Rio de janeiro: Contraponto, 2005.

VALENTE, J. A. **Por que os computadores na Educação?** In VALENTE, J. A. (org). Computadores e conhecimento: Repensando a Educação. Campinas: Editora da Unicamp, pp. 24-44, 1993.

________, **LOGO : conceitos e aplicações.** Tradução de Elcio Fernandes. São Paulo: McGraaw-Hill, 1989.

YAN, L. & SHÍRAN, D. **Chinese mathematics: a concise history**. Trad. John N. Crosseley at all. New York: Oxford Press, 1987.

Windows 3.x. Wikipédia. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Windows_3.x. Último acesso em setembro de 2014.

ZUFFO, J.A. **Informática no Brasil: entrevista a Eduardo A. Terrazzan**. Revista de Ensino de Ciências Funbec, n. 21 p. 2 ─ 10. São Paulo: 1988.

2- Livros, artigos e software consultados

ABREU, L. **HTML 5** (2. ed.). Lisboa: FCA, 2012.

Atlas da História do Mundo. São Paulo: Folha de São Paulo, 1995.

Biblioteca Científica LIFE. **As Matemáticas**. Rio de Janeiro: José Olympio, 1964.

BOLT, B. **Actividades matemáticas** (Coleção: O prazer da matemática V. 7.). Leonor de Oliveira. Portugal: Gradiva -

BOLT, B. **Mais actividades matemáticas** (Coleção: O prazer da matemática V. 11.). Tradução: Luisa Carreira e Susana Carreira. Portugal: Gradiva - Publicações Ltda, 1992.

CHIJIIWA, H. **Color Harmony**. Thailnd: Rockport Publishers, 1988.

CROCHIK, J.L. **O computador e a limitação da Consciência**. São Paulo: Casa do psicólogo, 1998.

BOYER, C. A. **História da Matemática**. São Paulo: Edgar Blücher, 1974.

FERREIRA DA SILVA, J.E.F & WODEWOTZKI, M.L.L. **Auxílio de Microcomputador na aprendizagem de Progressões Aritméticas**. Anais do IV EPEM, p. 68 -74, Janeiro – 1996.

FILHO, E.A. **Iniciação à lógica matemática**. São Paulo: Nobel, 1986.

FILHO, E.A. **Teoria elementar dos números**. São Paulo: Nobel, 1981

GARDNER, M. **Matemática magia e mistério.** (Coleção: O prazer da matemática V. 8.). Tradução: Jorge Lima. Portugal: Gradiva - Publicações Ltda, 1991.

GUZMÁN, M. **Contos com contas** (Coleção: O prazer da matemática V. 5.). Tradução: Jaime Carvalho e Silva. Portugal: Gradiva - Publicações Ltda, 1991.

HERGERT, D. **Guia rápido para TURBO BASIC**. Rio de Janeiro: Lutécia, 1990.

História do Pensamento: **das origens à Idade Média** (Volume I). São Paulo: Nova Cultural, 1987.

História da Cartografia (Georama). Rio de Janeiro: Editora Códex, 1967.

KASNER, E. & NEWMAN, J. **Matemática e Imaginação**. Rio de Janeiro: Zahar, 1968.

KARPINSKI, L. C. **The history of arithmetic**. Chicago: Rand Mçnally & Company,1925.

MENNINGER, K. **Number Words and Number Symbols: A Cultural History of Numbers**. London: The M.I.T. Press, 1970, 480p.

OLIVEIRA, M. A Evolução do pensamento matemático na Grécia. Belo Horizonte: Fundação Cultural, 1985.

RESENDE, M. C. **Faça sua home page**. Rio de janeiro: Editouro, 1999.

RONAN, C. A. **História Ilustrada da Ciência: das origens à Grécia**. Universidade de Cambrige. Tradução: Jorge Enéas Fortes. São Paulo: Círculo do Livro, 1987.

SAMY SILVA, M. **Criando sites com HTML**. São Paulo: Novatec Editora, 2008.

________. **JavaScript: guia do programador**. São Paulo: Novatec Editora, 2010.

STEWART, I. **Jogos, conjuntos e matemática** (Coleção: O prazer da matemática V. 15.). Tradução: José Luis Malaquias. Portugal: Gradiva - Publicações Ltda, 1994.

THE NEW ENCICLOPÆDIA BRITANNICA V. 9, 19, 25, 27. Chicago, 1998.

APÊNDICE A

Micromundo hipertextual

NÚMEROS PRIMOS

ADVERTÊNCIA: não obstante estarem impressos, neste apêndice, os textos-fragmento que, em primeira instância, compõem o micromundo hipertextual NÚMEROS PRIMOS, há de se levar em conta que este material é oriundo de uma escritura eletrônica que, para ser explorada e avaliada, pressupõe a existência de uma interface computadorizada. Não considerar isso é ficar com a codificação e abrir mão do automatismo e, por isso, ficar com uma versão limitada daquilo que o texto é. Em outras palavras, ficar exclusivamente com o material impresso é inviabilizar de modo irremediável os procedimentos robóticos de gerenciamento das animações interpretativas, os procedimentos de agenciamento das conexões de navegação e a manipulação dos aplicativos computadorizados. Assim, para o leitor explorar com maior profundidade esse tipo de escritura eletrônica, está disponível, no CD que acompanha esse trabalho, a última versão disponível do micromundo hipertextual NÚMEROS PRIMOS.

Indíce por assunto **Pag.**

1 – Um problema didático

De um modo geral, em nossas escolas, considerações acerca dos números primos assumem um caráter mais específico ao final do segundo ciclo e/ou início do terceiro ciclo (4ª e 5ª séries do ensino fundamental).

Do ponto de vista matemático, o conhecimento dos números primos justifica-se pelo teorema fundamental da aritmética, isto é, "todo número natural não primo e diferente de 1 (número composto), pode ser decomposto em um produto de fatores primos, além do que, essa decomposição é única".

Porém, como em geral, o olhar que se tem desse assunto - os números primos - é apenas de pré-requisito para o estudo de frações; o que se observa, na prática letiva, é uma ênfase quase exclusiva nas técnicas de fatoração e/ou na determinação do mínimo múltiplo comum.

Diante disso, boa parte das crianças, quando solicitadas a efetuar fatorações, raramente conseguem se valer exclusivamente dos números primos; e quando o fazem, raramente diferenciam essa decomposição da determinação do menor múltiplo comum.

Uma prova disso, parece ser o fato das crianças ficarem confusas, por exemplo, quando verificam que, após a fatoração de um certo número, o produto dos fatores é igual a esse mesmo número.

Nessa perspectiva, vamos assumir que para conhecer os primeiros números primos não é suficiente à criança saber avaliar a pertinência de um certo número inteiro natural ao conjunto dos primos, mas, sobretudo, é necessária a compreensão de que isso deve ser feito porque os números primos formam uma seqüência numérica singular.

Em outras palavras, isso significa que, do mesmo modo que a criança deve "olhar" para uma seqüência numérica como uma regularidade ou não, ela também precisa estabelecer, a partir das operações de multiplicação e/ou divisão, uma relação desses números com um outro determinado número.

A título de ilustração, do mesmo modo que os números pares formam uma seqüência em que o sucessor é sempre o antecessor + 2, todos eles são múltiplos de dois, isto é, podem ser divididos por dois.

Finalmente, outro fato observado é a presença de uma generalizada falta de prontidão das crianças, quando solicitadas sobre os resultados das tábuas de multiplicação e divisão.

2 – Considerações sobre a matemática

- Apresentação

Pitágoras acreditava que a essência de tudo, nas questões práticas e teóricas da vida humana, podia ser explicada em termos dos números naturais e suas razões.

Daí, o assombro dos pitagóricos, quando acabaram por constatar que tal hipótese não era verdade nem mesmo para questões simples da geometria.

Por exemplo, os números naturais e suas razões são insuficientes para comparar a diagonal do quadrado com o seu lado. Em suma, não importando o quão pequena seja a unidade de medida, esses segmentos são incomensuráveis.

Supõe-se, que a percepção da incomensurabilidade está em conexão com a utilização do Teorema de Pitágoras.

A razão para isso, parece ser uma referência de Aristóteles, ou seja; uma prova da incomensurabilidade da diagonal de um quadrado com o seu lado, a qual se baseia na distinção entre números pares e ímpares.

Especificamente, uma demonstração por redução ao absurdo, na qual deve-se admitir que as medidas correspondentes à diagonal e ao lado de um quadrado são números primos entre si.

Contudo, devido ao alto grau de abstração contido nessa referência de Aristóteles , alguns autores defendem que a constatação da incomensurabilidade, em sua origem, deve ser associada a argumentações mais simples.

Crivo de Eratóstenes

Eratóstenes viveu no século III a.C, em uma colônia grega na Líbia chamada Cyrene.

Dentre suas contribuições, destaca-se um método para a determinação de números primos, o qual é conhecido como o crivo de Eratóstenes.

Por exemplo, para determinar os números primos menores que 100, o primeiro passo é listar, em ordem crescente, todos os números naturais de 2 até 100.

Em seguida, retiramos todos os números maiores que 2 e múltiplos de 2 (4, 6, 8, ...), os quais não são primos, porque são números pares.

Os próximos números a serem retirados são os múltiplos de 3 maiores que 3 (9,15,21,..); os quais também não são primos, pois são divisíveis por 3.

Continuando, retiramos os múltiplos de 5 maiores que 5 e, finalmente, os múltiplos de 7 maiores que 7.

Os números que restarem são todos os números primos menores do que 100, isto é,

	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Note-se, que não é necessário retirar os múltiplos de 11, uma vez que que o primeiro múltiplo de 11 a ser retirado seria o número 11.11 = 121, o qual é maior que 100.

Em linhas gerais, quando utilizamos o crivo de Eratóstenes para encontrar todos os números primos menores que um número natural **n**, retiramos somente os números múltiplos dos primos menores que a raiz quadrada de **n**.

Clique aqui para uma atividade matemática.

Crivo em Espiral

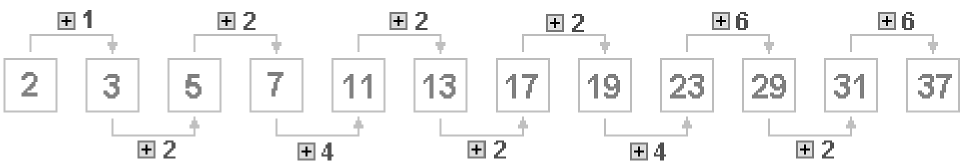
O teorema fundamental da aritmética afirma que os números primos são tijolos de construção, a partir dos quais os outros números inteiros são formados multiplicativamente.

10 = 2 x 5   12 = 2 x 2 x 3   16 = 2 x 2 x 2 x 2

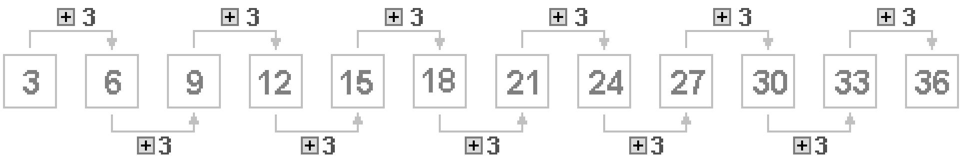
Por isso, os números primos foram e ainda são muito estudados. Por exemplo, se por um lado, sabe-se, desde a Antiguidade, que a seqüência dos números primos é infinita; por outro, ainda não é conhecido nenhum procedimento prático para testar se um número grande é primo.

Uma razão para isso, é a irregularidade dos números primos quando consideramos o intervalo entre dois números primos consecutivos. De modo específico, enquanto a diferença entre pares de números primos consecutivos como 3 e 5, 13 e 11 é 2, a diferença entre outros pares de números consecutivos é arbitrária.

Por exemplo, enquanto a diferença entre os números 7 e 11 é 4, a diferença entre os números 23 e 29 é 6.

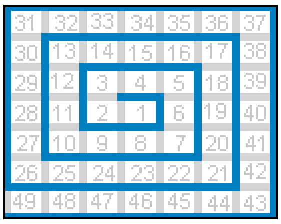


Um contra-exemplo disso é a seqüência dos números múltiplos de 3. Note que nessa seqüência, cada um dos números, a partir do primeiro, é igual ao anterior acrescido de 3 unidades.



Uma maneira de observar a irregularidade dos primeiros números primos é através do crivo espiral de abundância dos números primos de Stanislaw M. Ulam (1909-1984).

Em resumo, trata-se de um padrão gerado por computador, em que números naturais são dispostos em caracol sobre o plano. Nesse crivo, o computador, enquanto gera a seqüência dos números primos, acende o ponto correspondente ao número primo na espiral (vide figuras)



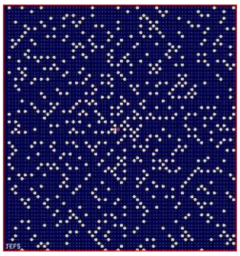


Figura 1: Distribuição em espiral dos primeiros 650 números primos.

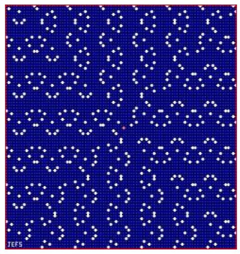


Figura 2: Distribuição em espiral de números múltiplos de 13.

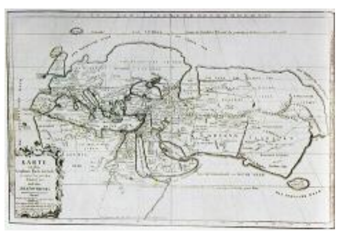
Eratóstene de Cyrene

Astrônomo, escritor e poeta, Eratóstenes nasceu em Cyrene (atual Shahhat, na Líbia), provavelmente em 276 a.C.

Porém, passou a maior parte de sua vida de trabalho em Alexandria, onde acabou por se tornar o segundo bibliotecário da grande biblioteca local.

De seus estudos sobre aritmética, sua contribuição foi estabelecer um método seguro para a determinação dos números primos, método esse que ficou conhecido como o "crivo de Eratóstenes".

Outro estudo importante de Eratóstenes foi um tratado que ele chamou de *geografia*. Foi um trabalho que permaneceu por longo tempo como padrão; Júlio Cesár ainda o consultava, mais de um século após ser escrito.

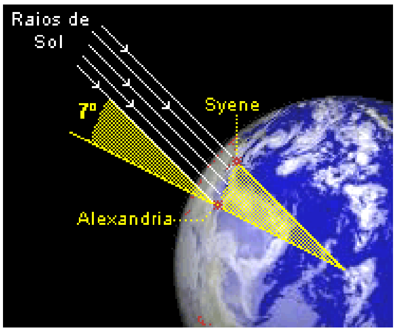


Clique sobre a figura para ampliar

A ele se deve, também, a primeira medição científica da circunferência da terra. Para isso, Eratóstenes utilizou um método baseado na diferença de ângulos que os raios solares formam em duas localidades diferentes: Alexandria e uma cidade mais ao sul, Syene (atual Assuã).

Eratóstene soube que em Syene havia um poço; e que, no solstício de verão, o sol brilhava diretamente dentro desse poço sem fazer qualquer sombra donde - concluiu Eratóstenes - significava que o sol devia estar diretamente na vertical.

Então, se a altitude do sol fosse medida em Alexandria ao mesmo tempo, no mesmo dia, esse ângulo possibilitaria a determinação da diferença de latitude entre Syene e Alexandria.



Feita essa medida, a diferença mostrou ser de aproximadamente 7,2 graus, isto é, cerca de 1/50 da circunferência da terra.

Em seguida, sabendo que a distância entre Syene e Alexandria era de aproximadamente 5 000 estádios, Eratóstenes conclui que a a medida da circunferência da terra deveria ser de 50 x 5.000 = 250.000 estádios.

Em termos modernos a medida encontrada por Eratóstenes foi de aproximadamente 46.000 km, que é um valor bem próximo da medida que é atualmente aceita pelos astrônomos modernos.

Acometido de uma cegueira em idade avançada, Eratóstenes faleceu por volta de 195 a.C.

Clique aqui para uma atividade matemática.

Infinitude dos números primos

Segundo historiadores, Euclides (livro IX - proposição 20) afirma que para uma coleção finita de números primos **p1**, **p2**,**p3**, ...,**pn,** existe sempre um outro número primo que não é membro da coleção.

Para ver o porquê disto, Euclides sugere considerar um número **P**, que deve ser igual ao produto de todos os números primos da coleção, acrescido de uma unidade, isto é,

P = 1 + **p1**. **p2**.**p3**. ... **pn**

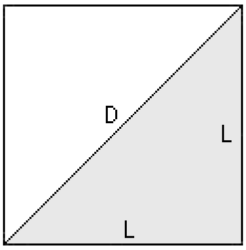
Sendo assim, como **P** é maior que 1, isto significa que **P** tem pelo menos um divisor primo (Teorema Fundamental da Aritmética), que não pode ser igual a **p1**, **p2**,**p3**, ...,**pn,** pois a divisão de **P** por quaisquer um desses primos vai sempre apresentar 1 como resto.

Dessa forma, **P** tem que ser divisível por um número primo diferente daqueles considerados inicialmente, o qual será o próprio **P**.

E isto, significa que a coleção dos números primos não pode ser finita.

<u>Insuficiência dos Números inteiros</u>

Segundo historiadores, Aristóteles refere-se a uma demonstração de que a diagonal e o lado de um quadrado são incomensuráveis, a qual se baseia na distinção entre <u>números pares e ímpares</u>.



Trata-se de uma demonstração por <u>redução ao absurdo</u>, a qual supõe que se **D** e **L** são as medidas da diagonal e do lado do quadrado, então **D**/**L** é um número racional.

Especificamente, **D**/**L**= **P**/**Q**, onde **P** e **Q** são números inteiros e não possuem fator comum ou **P** e **Q** são <u>números primos entre si</u>.

Do <u>teorema de Pitágoras</u> $D^2 = L^2 + L^2 = 2.L^2$ e, por conseguinte,

$(D/L)^2 = (P/Q)^2 = 2$, ou seja $P^2 = 2.Q^2$.

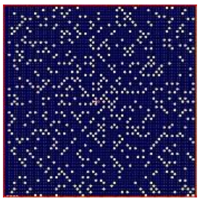
Portanto, P é um número par e pode ser escrito na forma $P = 2.R$, bem como, Q deve ser um número ímpar.

Todavia, tendo em vista que substituindo 2.R em $P^2 = 2.Q^2$ vem que Q também deve ser um número par ($4.R^2 = 2.Q^2$ ou $Q^2 = 2.R^2$), isto significa - considerando que um número inteiro não pode ser, ao mesmo tempo, par e ímpar - que a hipótese inicial (P e Q são primos entre si) deve ser nula.

Irregularidade dos números primos

Um fato, no mínimo curioso, é irregularidade dos <u>números primos</u> quando consideramos o intervalo entre dois números primos consecutivos.

A distribuição no <u>crivo em espiral</u> dos primeiros 650 números primos, nos fornece uma impressão visual do fato (vide figura). Em princípio, não há presença de um padrão geométrico na distribuição desses números.



Para mostrar a razão disso, vamos considerar P como o produto de todos os números naturais de 1 até 100.

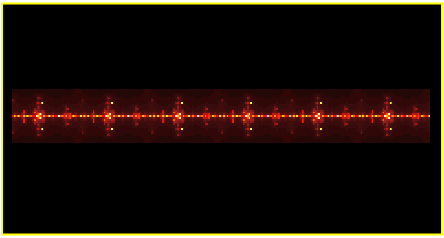
Isto significa que todos os 99 número naturais subseqüentes P + 2, P + 3, P + 4, ..., P + 100 são compostos porque são divisíveis por 2, 3, 4 ...., 100.

Portanto, o mesmo tipo de argumento, se considerarmos o produto de todos os números naturais de 1 até 200, de 1 até 300 e, assim sucessivamente, demonstra que são arbitrariamente longas as seqüências de números compostos consecutivos e, por conseguinte, arbitrariamente longos os intervalos entre dois números primos sucessivos.

Finalmente, apesar de uma tendência para uma redução da quantidade de números primos, quando contados em grandes blocos de números naturais consecutivos, a seqüência de números primos é infinita.

As mônadas

Para Pitágoras, a matéria seria formada por corpúsculos de menor tamanho que qualquer coisa, separadas por um "intervalo", as quais denominavam "mônadas".



Assim, se pudéssemos enxergar as "mônadas", um segmento de reta seria formado por uma série de unidades justapostas.

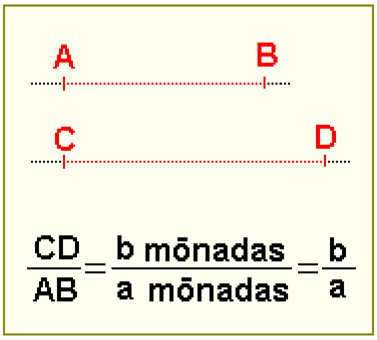
Em outras palavras, um segmento de reta seria composto por uma quantidade finita de elementos indivisíveis.

Portanto, uma hipótese que garantia a possibilidade de comparar as medidas de quaisquer dois segmentos a partir dos números inteiros naturais e suas razões.

Por exemplo, dados dois segmentos AB e CD, vamos supor que o primeiro tenha **a** mônadas e o segundo, **b** mônadas.

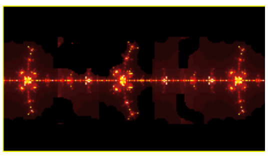
Portanto, a medida do segmento CD, tomando por unidade o segmento AB, será o dada pela razão **b/a**.

Numa palavra, dois segmentos quaisquer serão sempre comensuráveis.



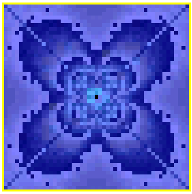
Porém, contra a hipótese de Pitágoras levantou-se Zenão de Elea.

"Se a reta é formada por corpúsculos justapostos e entre eles há um espaço, então este espaço deve ser maior que as dimensões dos corpúsculos (eles são as menores coisas)"



Sendo assim, então é possível intercalar entre duas "mônadas" uma terceira "mônada".

Ora, como esse raciocínio pode ser repetido indefinidamente (sempre será possível colocar uma "mônada" entre outras duas) a questão que se estabelece é a seguinte:



Afinal, que número (quantas "mônadas") corresponde ao segmento AB?

Clique aqui para uma atividade matemática.

Numerologia

O interesse da numerologia é a significação oculta dos números e a influência deles no caráter e no destino das pessoas.

Essa espécie de culto aos números pode ser encontrada na mais remota antiguidade. O número sete, por exemplo, sempre foi objeto de especial respeito. Presumivelmente pelo número de dias que dura uma fase lunar (a semana) ou pelo número de estrelas errantes conhecidas (os planetas).

Mas, foram os pitagóricos que levaram a extremos a adoração dos números, baseando neles sua filosofia e modo de viver. (Boyer, p. 39).

O ***um***, diziam eles, é a fonte de todos os números e representa a razão; o ***dois*** é o primeiro número par, ou feminino, o número da opinião; ***três*** é o primeiro número masculino verdadeiro, o da harmonia, sendo composto de unidade e diversidade; ***quatro*** é o número da justiça; ***cinco*** o matrimônio (união do primeiro número macho – três - com o primeiro número fêmea - dois); e ***seis*** o número da criação.

Havia os números *perfeitos*. Aqueles, cujos fatores inteiros somados reproduzem o próprio número. O primeiro número perfeito é o 6, cujos fatores inteiros são 1, 2 e 3 (1 + 2 + 3 = 6). O segundo número perfeito é o número 28, cujos divisores são 1, 2, 4, 7 , e 14 (1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28).

Se fosse possível perguntar a um seguidor de Pitágoras o que é um amigo, provavelmente a resposta seria a seguinte: *“Alguém que é o* ***um*** *do outro como, por exemplo, 220 e 284”*. E isto, porque a soma dos divisores de 284 é igual a 220 (1 + 2 + 4 +71 + 142 = 220); e a soma dos divisores de 220 é igual a 284 (1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284).

Em resumo, a doutrina pitagórica se constituiu por uma confluência de misticismo com matemática; pois do mesmo modo que fixava características ocultas nos números, procurava agrupar esses números segundo propriedades matemáticas.

A consequência disso é que muitos conceitos e resultados dos pitagóricos acabaram por prestar bons serviços à matemática. Por exemplo, os conceitos de números pares e ímpares, números figurados, números primos, etc. E isso, para não falar na relação entre os lados e a hipotenusa de um triangulo retângulo, cujo resultado ficou conhecido como o Teorema de Pitágoras.

Um outro resultado é a numerologia, uma espécie de herança mística da doutrina pitagórica, que ainda hoje desperta interesse nas pessoas.

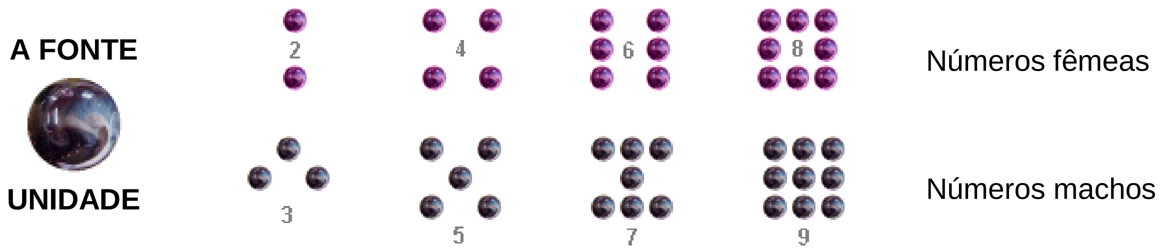
E por falar nisso, o leitor sabe o número que rege seu nome?

CONEXÕES COMPLEMENTARES

- Faça sua numerologia: Consultar o CD anexo ao trabalho impresso

Números figurados

Com a concepção de que tudo eram números,os pitagóricos adotavam representações para os números.

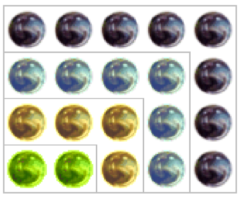


E, desse modo, procuraram estabelecer para os diferentes níveis da realidade a tábua de opostos fundamentais, tais como: unidade e multiplicidade, macho e fêmea, à esquerda e à direita (relativas ao movimento das "estrelas fixas" e "ao dos astros errantes"), etc.

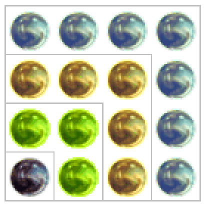
Por exemplo, o cinco, na doutrina pitagórica representava o casamento.

Um número primo ímpar, que devido a sua formação representaria a união fecunda.

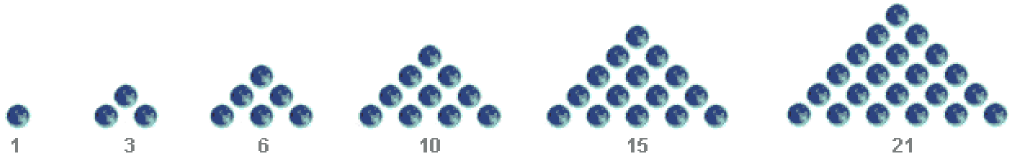
Outro aspecto importante, para os pitagóricos, eram as propriedades geométricas dos números, quando representados através de suas mônadas correspondentes.


Números pares

Descobriram, por exemplo, que dispostos geometricamente, os números ímpares formam sempre o quadrado, enquanto os números pares constituem sempre o retângulo.


Números ímpares

Note-se que nessa perspectiva de representação, havia também os números triangulares, pentagonais, hexagonais, etc.



Números triangulares

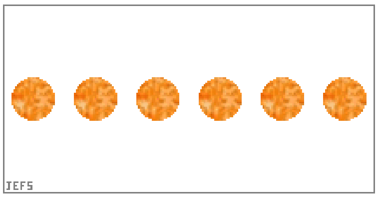
E foi a partir dessas análises, que os pitagóricos elaboraram uma concepção segundo a qual todas as coisas poderiam ser explicadas através das relações matemáticas.

Clique aqui para uma atividade matemática.

Números Primos

Uma herança deixada pelos pitagóricos foi a classificação de números naturais, segundo características comuns.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, ...
Seqüência dos números naturais



Por exemplo, os números que, enquanto conjunto de mônadas, podem ser divididos em dois grupos com igual quantidade de objetos. Especificamente, os números pares, ou seja os números divisíveis por dois.

Assim, enquanto os números (2, 4, 6, 8, 10, 12, ...) são chamados de números pares; os demais números naturais (1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...) são chamados números ímpares.

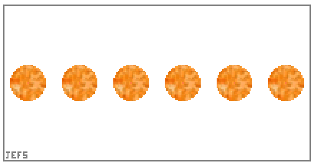
Note-se, que um conceito que é pertinente à uma relação entre números pares e números ímpares é o conceito de divisibilidade, isto é, o fato de que a divisão de dois números naturais nem sempre produz um número natural.

Por exemplo, enquanto 15 dividido por 3 é igual a 5 **-** *que é um número natural* **-** 15 dividido por 2 é igual a 7,5 que, por sua vez, não é um número natural.

Na teoria de números, dizemos que 15 é divisível por 3, mas não é divisível por 2.

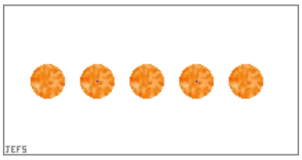
Ora, mas como todo número natural é divisível por ele próprio e por 1, isso nos permite estabelecer para os números naturais, dois novos grupos de números distintos: o grupo dos números compostos e o grupo dos números primos.

Em termos aproximados, a diferença entre número composto e número primo é a seguinte:



6 é um número composto.

enquanto as mônadas de um número composto sempre podem ser divididas em pequenos grupos com mesmo número de elementos - cada um deles contendo mais de uma mônada; com os números primos esse tipo de divisão não é possível.



5 é um número primo.

Em termos matemáticos, se um número natural maior do que 1 for divisível somente por 1 e por si mesmo, então ele será chamado **número primo**.

Em ordem crescente, os primeiros números primos são: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ...

Por convenção, 1 não é considerado um número primo. Uma razão, é o fato de que isto possibilita-nos estabelecer proposições sobre os números primos, sem introduzir qualificações.Por outro lado, os primeiros números compostos são: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, ...

A importância dos números primos reside em um resultado central na teoria de números, isto é, o teorema fundamental da aritmética. Esse teorema permite-nos afirmar que todo número inteiro natural, maior do que 1, pode ser escrito como um produto de fatores primos.

Números primos entre si

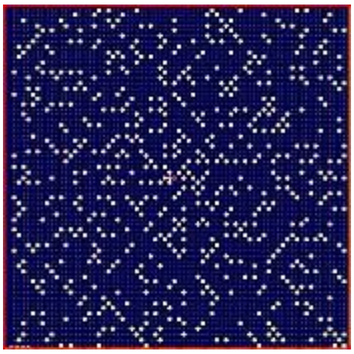
Um resultado central na teoria de números é que todo número natural, maior que 1, pode ser escrito como um produto, em que os fatores são todos números primos.

Por exemplo, (2.2.5) é a decomposição do número 20 em fatores primos, isto é, 20 = 2.2.5

Deve-se observar que, se o número em questão for um número primo, então a decomposição será o próprio número.

Outro fato relevante é a irregularidade dos números primos, quando consideramos o intervalo entre dois números primos consecutivos.

A distribuição em espiral dos primeiros 650 números primos, nos fornece uma impressão visual do fato (vide figura). Note que não há presença de padrão geométrico na distribuição dos números primos.

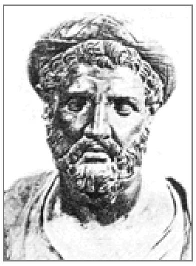


Mais informações: clique na figura

Finalmente, entre 1 e 100 existem 25 números primos, os quais podem ser encontrados através do crivo de Eratóstenes.

Clique aqui para uma atividade matemática

Pitágoras de Samos



Da vida de Pitágoras quase nada pode ser afirmado com certeza, uma vez que ela foi objeto de uma série de relatos tardios e fantasiosos.

Comenta-se, que ele teria deixado Samos (Jônia), na segunda metade do século VI aC, fugindo à tirania de Polícrates.

Assim, após percorrer todo o mundo antigo (África, Ásia, Mênfis e Babilônia), fixou-se em Crotona (Magna Grécia) e fundou uma confraria científico-religiosa.

Os pitagóricos concebiam a extensão como descontínua, isto é, constituídas por unidades indivisíveis e separadas por um "intervalo".

Mínimo de extensão e mínimo de corpo, essas unidades indivisíveis ou "mônadas" comporiam os números, os quais, por conseguinte, seriam a própria "alma das coisas".

Ao que parece, quando os pitagóricos falam que as coisas imitam os números, entendem essa imitação (mimesis) num sentido realista, ou seja, as coisas manifestariam externamente a estrutura numérica inerente.

Os Pitágóricos

Durante o século VI a.C., houve um favorecimento à expansão de cultos religiosos populares ou estrangeiros no mundo grego.

Uma estratégia política adotada por tiranos, para garantir-lhes o papel de líderes populares e para enfraquecer a antiga aristocracia.

Dentre essas religiões, destacou-se o orfismo de Orfeu. Uma religião de caráter essencialmente esotérico, que acreditava na imortalidade da alma, a qual, por sua natureza, aspiraria retornar à origem, isto é, às estrelas.

Para isso, era necessário um processo de purificação, o qual se daria a partir da transmigração da alma através de vários corpos.

Porém, para livrar-se do ciclo de reencarnações, o homem necessitaria da ajuda de um certo deus libertador (Dionísio), o qual completaria essa libertação se obedecidas algumas regras práticas. Por exemplo, a abstinência de certos alimentos.

Pitágoras de Samos, figura legendária na própria antiguidade, realizou uma modificação fundamental na doutrina órfica. Colocou a Matemática no lugar do deus Dionísio transformando, assim, o sentido da “via de salvação”.

Em resumo, a novidade introduzida por Pitágoras na religiosidade órfica foi a transformação do processo de libertação da alma em um esforço intelectual, ou seja, em um esforço puramente humano.

A consequência disso é que muitos conceitos e resultados obtidos por Pitágoras e seu seguidores; acabaram por prestar bons serviços à matemática. Por exemplo, os conceitos de números pares e ímpares, números figurados, números primos, etc. E isso, para não falar na relação entre os catetos e a hipotenusa de um triangulo retângulo. Um resultado que hoje é conhecido como o Teorema de Pitágoras.

O outro resultado é a numerologia, que herdou da doutrina dos pitagóricos o lado místico do ser humano.

Redução ao absurdo

Quando o matemático constrói um sistema de números ou uma geometria, sem se perguntar antes o que é número ou vizinhança espacial (livre para refletir sobre isto posteriormente, numa teoria dos “fundamentos”), ele tem o direito de assim proceder, porque se fundamenta num corpo de verdades prévias (mesmo que ele as diferencie a seu modo), que são as próprias verdades lógicas. Mas quem pretende analisar estas últimas sistematicamente é obrigado a se apoiar em alguma coisa, mesmo que seja sobre a evidência do pensamento refletido. (Piaget)

Não se sabe exatamente quando o elemento dedutivo foi introduzido na matemática.

Alguns historiadores sustentam os argumentos de Zeno de Elea como possível inspiração para a necessidade de um método racional que substituísse as receitas matemáticas.

Seja como for, a lógica matemática adota como regras fundamentais do pensamento o PRINCÍPIO DA NÃO-CONTRADIÇÃO (uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo) e o PRINCÍPIO DO TERCEIRO EXCLUÍDO (toda proposição ou é verdadeira ou é falsa, isto é, verifica-se sempre um desses casos e nunca um terceiro).

Assim, no que diz respeito à argumentação envolvida no processo de uma demonstração por redução ao absurdo, temos:

Para estabelecer a veracidade de uma proposição **p**, devemos assumir **não p** e, por um processo de dedução, estabelecemos que, para alguma proposição **q**, **não p** implica em **q** e **não q**.

Todavia, como qualquer que seja **q**, **q** e **não q** é falsa, isso significa que **não(q** e **não q)** é verdadeira.

Em outros termos, **não(não p)** é verdadeira, ou seja, **p** é verdadeira.

Teorema Fundamental da Aritmética

Todo número composto pode ser escrito como um produto de de dois números inteiros maiores que um, bem como, um desses fatores pode ser um número primo.

Por exemplo: **54 = 6.9 = 3.18**

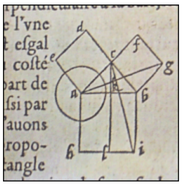
Sendo assim, um processo de fatorações sucessivas permite-nos afirmar que todo número composto pode ser escrito como um produto de fatores primos, sendo que em muitos casos, alguns dos fatores devem ser repetidos.

Por exemplo: **54 = 6.9 = 2.3.9 = 2.3.3.3**

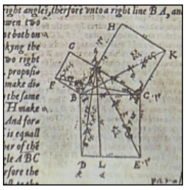
Portanto, como todo número inteiro maior que 1 é primo ou pode ser escrito como um produto de números primos, isto significa que o estudo dos inteiros depende, em última instância, das propriedades desses números.

Teorema de Pitágoras

Em termos aproximados, o teorema Pitágoras afirma que, em qualquer triângulo retângulo, os quadrados sobre os lados é igual ao quadrado da hipotenusa.



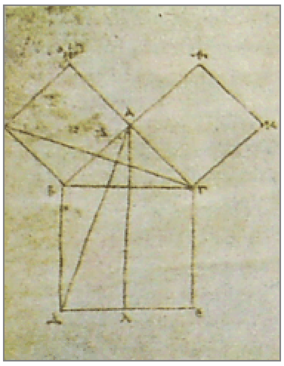
Francês 1564



Inglês 1570

Chinês 1607

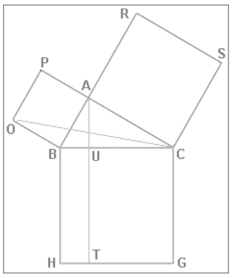
O fato desse teorema ser bastante conhecido por volta do século XVI é uma prova da importância desse resultado na matemática e nos problemas de ordem prática.



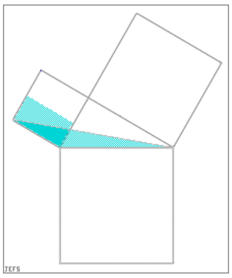
E muitas são as provas desse teorema.

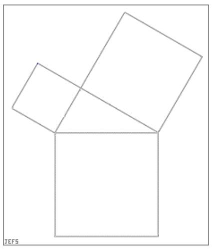
Um exemplo é a prova utilizada por Euclides (Livro I - proposição 47), cuja figura decorrente da demonstração é, as vezes, descrita como uma cauda de pavão, moinho de vento ou cadeira da noiva.

Segundo uma lenda, quando Pitágoras (por volta do século VI a.C.) apresentou o teorema, foram abatidas cem cabeças de gado, para comemorar o feito.



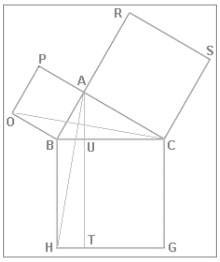
Nessa prova, após desenhar quadrados sobre cada um dos lado de um triângulo retângulo, demonstra-se que a área do triângulo BOC é igual a metade da área do quadrado ABOP;





que, por sua vez, é igual a área do triângulo BAH e igual a metade da área do retângulo BHTU.

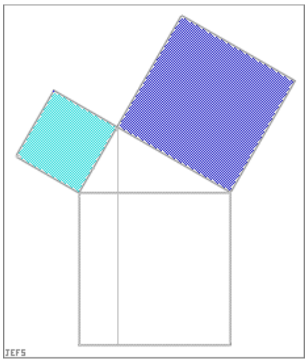
Portanto, a área do quadrado ABPO é igual a área do retângulo BHTU.



Em seguida, e de modo análogo, demonstra-se que a área do quadrado ACSR é igual a área do retângulo CGTU.

Assim, podemos dizer que

a soma dos quadrados dos lados menores de um triângulo retângulo (os catetos) é igual ao quadrado do maior lado,ou seja, o quadrado da hipotenusa.



Zenão de Élea

No final de século V a.C., existia em Atenas um grupo de mestres profissionais chamados sofistas.

Os sofistas, ao contrário dos pitagóricos - que eram proibidos de receber pagamento, sustentavam-se das aulas que ministravam às pessoas interessadas.

Uma prática que muitas vezes rendeu aos sofistas a fama, até certo ponto justificada, de serem superficiais.

Porém, não obstante as acusações de superficialidade, não se pode negar que os sofistas eram bem informados, bem como alguns deles prestaram significativas contribuições à matemática.

Dentre eles, destacou-se Zenão de Elea (cidade da Itália), o qual, durante uma visita a Atenas, abalou a concepção daqueles que defendiam, como os pitagóricos, a constituição descontínua pluralista das coisas.

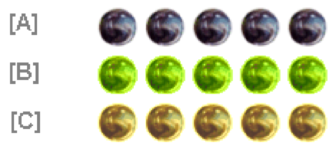
A título de ilustração, os pitagóricos concebiam os corpos como um conjunto de pontos, o movimento como adição de passagens de um lugar para o outro e o tempo como adição de instantes.

Em um de seus argumentos - o "Estádio" - Zenão demonstra que a subdivisão do tempo termina nos incomensuráveis.

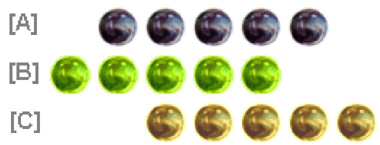
Em uma tentativa de aproximação, vamos considerar três filas de "mônadas" em que uma delas (A) estaria em repouso, enquanto as demais (B) e (C) estariam em movimento de sentidos contrários.

Especificamente, trata-se de admitir que cada B e cada C passa por um A em um instante, isto é, no menor intervalo de tempo possível e, portanto, indivisível.

Dito isso vamos considerar um conjunto de mônadas cujas posições relativas em um primeiro e segundo instantes seriam, respectivamente, as seguintes:



Primeiro instante



Segundo instante

Ora, como, após uma subdivisão indivisível do tempo, uma mônada de (C) passa por duas mônadas de (B), o instante não pode ser o intervalo de tempo mínimo; uma vez que o tempo que uma mônada de (C) gasta para passar por uma mônada de (B) é menor do que o tempo gasto para passar uma mônada de (A).

Finalmente, para alguns autores, a influência dos argumentos de Zenão no desenvolvimento da matemática grega é comparável à da descoberta dos incomensuráveis.

3 – Atividades propostas

Apresentação

Esse catálogo é uma tentativa de organizar um rol de atividades computadorizadas de apoio à prática letiva da matemática para as primeiras considerações sobre o Teorema Fundamental da Aritmética.

Trata-se de um conjunto de atividades independentes, que visam oferecer suporte a procedimentos didáticos, cuja ênfase é o trabalho investigativo do estudante.

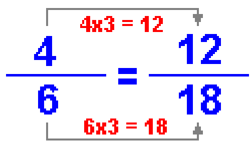
Assim, é fundamental que o professor, antes de utilizar esse sistema, escolha as atividades a serem aplicadas. Utilizá-las isoladamente, em grupo, ou combinadas a outros tipos de atividades é uma decisão exclusiva do professor, que somente pode ser tomada frente ao contexto da sala de aula.

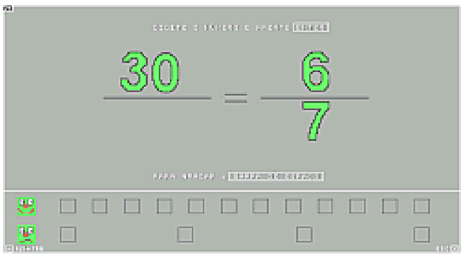
No que se refere ao processo de desenvolvimento das atividades que serão apresentadas, as principais referências são nossas necessidades específicas enquanto professor de matemática e nosso interesse por processos epistemológicos de aquisição de conceitos matemáticos. De modo específico, as atividades computadorizadas que serão apresentadas organizam-se em torno de um problema didático bem definido – exploração de conceitos que permeiam o teorema fundamental da aritmética, cuja gênese está em nosso particular interesse por processos mentais de aquisição do conceito de número pela criança.

Finalmente, para o processo de aplicação das variações disponíveis, a escolha entre aplicá-las de modo sistemático, isoladamente ou combinadas a outras atividades; é uma decisão exclusiva do professor ou professora, que somente pode ser tomada frente ao contexto da sala de aula.

Aplicativo EQUAL

<u>Descrição:</u> trata-se de uma matriz numérica de dimensão 2x2, em que, fixada uma orientação de leitura, os números de uma coluna são os números da outra coluna, multiplicados ou divididos por uma constante.





No aplicativo equal, após o computador fixar três números da matriz, o estudante deve completar obedecendo à regra de formação estabelecida.

Quanto ao encerramento das tarefas, ele é feito após o estudante completar corretamente um número pré-fixado de problemas, os quais são propostos de modo aleatório pelo computador.

<u>Objetivo</u>**:** oferecer ao estudante um ambiente para que ele possa integrar aos seus esquemas de ação, as operações de multiplicação e divisão como operações inversas.

<u>Variações</u>: no aplicativo equal, as variações disponíveis são as seguintes:

- *Variação 1:* o estudante, para executar satisfatoriamente a tarefa, deve preencher corretamente 10 (dez) propostas, as quais são apresentadas de modo sucessivo e aleatório pelo computador. Nessa variação, o programa - para inibir uma transposição simbólica - está instruído a encerrar a atividade após 10 (dez) soluções incorretas;

- *Variação 2:* o estudante, para executar satisfatoriamente a tarefa, deve preencher corretamente 12 (doze) propostas, as quais são apresentadas de modo sucessivo e aleatório pelo computador. Nessa variação, o programa está instruído a encerrar a atividade após 4 (quatro) soluções incorretas;
- *Variação 3:* o estudante, para executar satisfatoriamente a tarefa, deve preencher corretamente 12 (doze) propostas, as quais são apresentadas de modo sucessivo e aleatório pelo computador. Nessa variação, o estudante dispõe de dois minutos para executar a tarefa, além do que o aplicativo também está instruído a encerrar a atividade após 4 (quatro) soluções incorretas.

Aplicativo TRINCA

Descrição: nesse aplicativo – adaptado a partir do aplicativo trinca-espinhas (Portugal s/d) - o estudante estabelece uma relação de troca de números com o computador; a qual é feita a partir de uma seqüência de números naturais em que o primeiro termo será sempre o número 1(um) e o último termo poderá variar entre 12 (doze) e 60 (sessenta).

Assim, uma vez escolhido o maior termo da seqüência numérica a ser apresentada na tela do computador (vide figura), a regra para o trabalho é: pode-se retirar qualquer número, desde que exista no conjunto em questão pelo menos um divisor do número escolhido.

Durante a tarefa, após o estudante escolher um determinado número, o computador está instruído a executar os seguintes passos:

1 – retirar o número escolhido e registrá-lo como pontos para o aluno;

2 – retirar o(s) divisor(es) do número escolhido, adicioná-los e registrar essa soma como pontos para o computador, até que por ausência de divisores não seja mais possível ao estudante retirar mais números na tela. Ocorrendo isso, o aplicativo retira e adiciona os números restantes como pontos ao resultado do computador para, em seguida, dar como encerrada a atividade.

O desafio é procurar garantir condições para que, ao final da tarefa, o número de seus pontos fique maior do que o número de pontos do computador.

Objetivo: proporcionar, ao estudante, um espaço para exploração de aspectos inerentes ao conceito de divisores e ao conceito de números primos.

<u>Variações:</u> o *trinca* possui 3 (três) variações, cujo objetivo é garantir restrições à quantidade máxima de números permitidos na tela do computador. De modo específico:

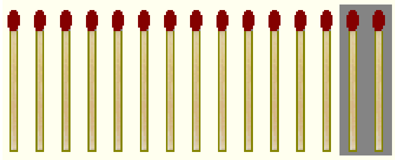
- variação 1: o limite da seqüência de números naturais é 21;
- variação 2: o limite da seqüência de número naturais é 41;
- variação 3: o limite da seqüência de número naturais é 60.

Aplicativo RESTA UM

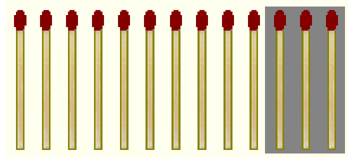
<u>Descrição:</u> A atividade resta um é uma adaptação de um jogo para dois participantes. Em geral, utilizam-se 15 palitos de fósforo, os quais são espalhados sobre a mesa.

Em seguida, um de cada vez, os participantes devem retirar no mínimo 1(um) palito e no máximo 3(três) palitos. Especificamente, cada participante, na sua vez, será sempre obrigado a retirar, pelo menos, um palito. O vencedor será o participante que conseguir deixar para o oponente o último palito a ser retirado.

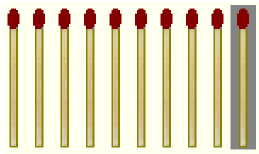
A título de ilustração vamos considerar uma situação hipotética de jogo entre os sujeitos X e Y.



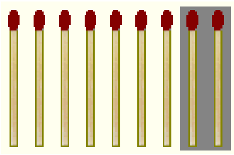
1) O sujeito X inicia o jogo retirando 2(dois) palitos;



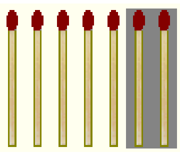
2) o sujeito Y prossegue e retira *3(três)* palitos;



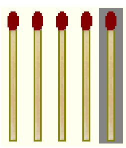
3) em continuidade, o sujeito X retira *1(um)* palito;



4) o sujeito Y retira *2(dois)* palitos;

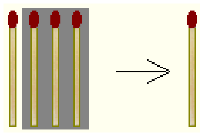


5) o sujeito X retira *2(dois)* palitos;



6) o sujeito Y retira *1(um)* palito;

7) finalmente, a retirada, pelo sujeito X, de *3(três)* palitos implica na derrota do sujeito Y, visto que a este só <u>*RESTA UM*</u> palito a ser retirado



Quanto à estratégia para vencer o jogo, se a retirada máxima é de 3 (três) palitos, isto significa que o adversário, na penúltima jogada, deverá encontrar exatamente 5 (cinco) palitos; pois se houver 2, 3 ou 4 palitos ele poderá tirar 1, 2 ou 3 palitos deixando apenas um palito.

Portanto, uma situação que somente poderá ser garantida se, na jogada anterior do adversário, ele encontrar exatamente 9 (nove) palitos. Observe que se restarem ao adversário 6, 7 ou 8 palitos, ele poderá deixar 5 palitos e, por conseguinte, garantir condições para a vitória. Desse modo, garantir a vitória é deixar para o adversário totais de 13, 9, 5 e 1 palito(s). Desse modo, seja qual for a jogada do adversário, pode-se sempre jogar de modo a deixar-lhe em um ponto seguro, isto é, em um dos termos da seqüência numérica, supra citada.

De modo específico, sendo **m** o número total de palitos e **r** o número máximo de palitos que podem ser retirados por vez, a seqüência dos pontos seguros é uma progressão aritmética de último termo igual à **1** e razão igual a **(-1).(r + 1)**.

Objetivo: viabilizar, ao estudante, um espaço para exploração de aspectos inerentes ao conceito de regularidade numérica.

Variações: Essa adaptação computadorizada do jogo resta um possui duas variações, em que o/a estudante deve jogar contra o computador. Em todos os níveis, a escolha daquele que deve iniciar o jogo é aleatória, bem como, o computador, por estar sempre informado da seqüência dos pontos seguros, estará sempre em condições de garantir a vitória sobre o estudante.

- *Variação 1:* são apresentados 15 palitos de modo que, na sua vez, tanto o estudante quanto o computador podem retirar até três palitos de uma só vez.
- *Variação 2:* o total de palitos e a retirada máxima em cada jogada variam aleatoriamente. Especificamente, enquanto o total de palitos pode variar entre 22 e 30 barras, a retirada máxima poderá ser de três ou quatro palitos.

Aplicativo TINHOSO

Descrição: nesse aplicativo, o coelho tinhoso deve ser conduzido, ao longo de uma escadaria, até sua casa (vide figura). Para isso, tinhoso aguarda orientações sobre o número de degraus que deve subir, as quais são, alternadamente, dadas pelo estudante e computador.

As regras do tinhoso são as seguintes:

1 – Um de cada vez, estudante e computador deve orientar tinhoso a subir no mínimo um degrau e no máximo três ou quatro degraus, conforme variação da atividade;

2 – vence aquele que, em sua vez, conseguir levar tinhoso à sua casa.

Portanto, um aplicativo similar ao <u>resta um</u>, cuja estratégia para levar tinhoso, antes que o computador o faça, é a seguinte: se **m** é o número total de degraus e **r** o número máximo de degraus que podem ser vencidos por vez, a seqüência dos pontos seguros é uma progressão aritmética de último termo igual à **m** e razão igual a **(r+1)**.

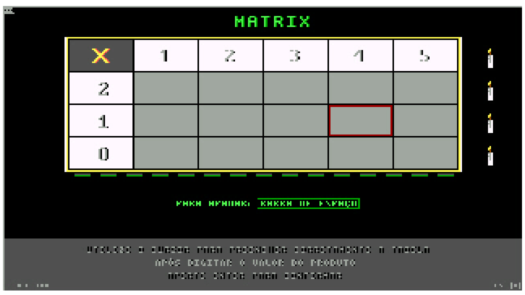
<u>Objetivo:</u> viabilizar, ao estudante, um espaço para exploração de aspectos inerentes ao conceito de regularidade numérica.

<u>Variações:</u> Tinhoso possui duas variações, em que o/a estudante deve jogar contra o computador. Em todos os níveis, a escolha daquele que deve iniciar o jogo é aleatória, Ressalte-se, que o computador, por estar informado da <u>seqüência dos pontos seguros</u>, estará sempre em condições de garantir a vitória sobre o estudante, após a segunda jogada.

- *Variação 1:* são apresentados 15 degraus de modo que, na sua vez, tanto o estudante quanto o computador podem fazer tinhoso vencer, no máximo, três degraus de cada vez.
- *Variação 2:* enquanto o total de degraus é igual a 21, o número máximo de degraus a **serem vencidos poderá ser de três ou quatro palitos, por vez.**

Aplicativo MATRIX

<u>**Descrição**</u>: Trata-se de uma matriz multiplicativa de dimensão 3 x 5, que deve ser preenchida pelo estudante conforme orientações fornecidas pelo computador.



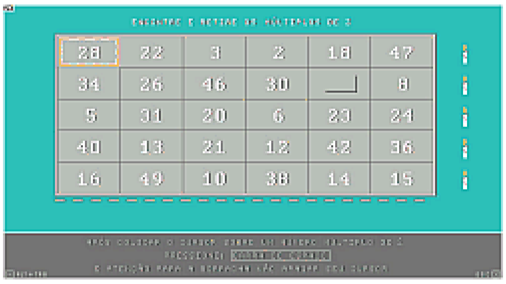
Em todas as variações de matrix, a tarefa do estudante é preencher completamente a matriz multiplicativa, a partir dos fatores apresentados pelo computador; sendo que, após o preenchimento, o computador encerra a atividade e indica os produtos inseridos corretamente, bem como aqueles inseridos incorretamente.

Objetivos: viabilizar, ao estudante, um espaço para a aquisição de esquemas para leitura de tabelas de dupla entrada, bem como provocar desequilíbrio entre o preenchimento de tábuas de multiplicação pela lei de formação dos múltiplos e a necessidade de conhecimento de produtos pontuais.

Aplicativo COME-COME

Descrição: Trata-se de uma matriz 5 X 6 composta por números naturais, os quais são gerados de modo aleatório pelo computador. Nessa atividade a tarefa do estudante é localizar e retirar da tabela todos os múltiplos de um número previamente escolhido.

Quanto aos procedimentos para a realização da atividade, cabe ao estudante as seguintes operações:



1 – fixar o número, cujos múltiplos deverão ser retirados da matriz. Em outras palavras, fixar um divisor;
2 – localizar e fixar a posição de um determinado múltiplo com um cursor;
3 – fixada a posição do número, o estudante solicita que o computador efetue a divisão desse número pelo divisor em questão. E isso, até que o quociente resultante não seja mais múltiplo do divisor.

Quanto à tarefa do estudante, eliminar todos os múltiplos do número previamente escolhido. Note-se que existe uma pequena borracha gerenciada pelo computador, a qual pode apagar o cursor e encerrar prematuramente a atividade. Portanto, é necessário que o estudante evite o encontro do cursor com a borracha.

Objetivo: viabilizar, ao estudante, um espaço para identificação de resultados pontuais da tábua de multiplicação.

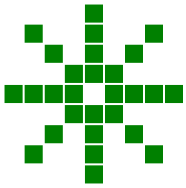
Variações: O come-come possui as seguintes variações:

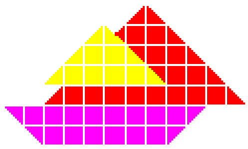
- *Variação 1*: o estudante pode trabalhar com múltiplos de 2, 3, 4 e 5;
- *Variação 2*: o estudante pode trabalhar com múltiplos de 6, 7, 8 e 9;

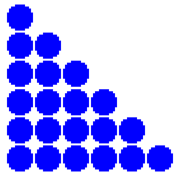
Aplicativo TABULA RASA

Descrição: este aplicativo se constitui a partir de um pequeno cursor que, através das quatro teclas disponíveis no teclado, pode ser deslocado para cima, para baixo, para a esquerda ou para a direita. Além disto, a criança pode – ao pressionar a tecla <BARRA de ESPAÇO> – fixar uma mônada na tela do computador, como também – posicionando o cursor sobre uma mônada já fixada – retirá-la, se assim o desejar.

Finalmente, quanto ao formato das mônadas que podem ser geradas através desse aplicativo temos: quadrado, círculo e triângulos de cores variadas. (Vide Figuras)

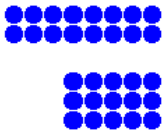






Sugestões de atividades

1 - Das figuras abaixo, quais delas podem ser transformadas em quadrados de bolinhas?

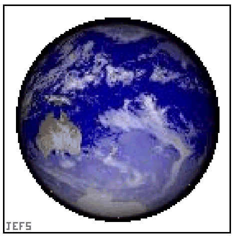


2 - Quantos retângulos diferentes podem ser construídos com 12 quadradinhos?

3 - José, após construir uma barra de quadradinhos verificou que ela podia ser dividida em 2 ou 6 partes iguais. Quantos quadradinhos havia na tira que José construiu?

<u>Objetivo:</u> viabilizar, ao estudante, um espaço para exploração dos conceitos de menor múltiplo comum e maior divisor comum.

O mundo em perspectiva



Texto sugerido por Marcílio Dias Henrique (Estagiário - UFJF/2000)

Se pudéssemos encolher a população do <u>mundo em uma ilha</u> com 100 pessoas, mantendo todas as proporções, o resultado seria o seguinte: haveriam

57 Asiáticos

14 Americanos (América do Sul / Norte)

21 Europeus

8 Africanos

52 mulheres

48 homens

70 não-católicos

30 católicos

6 pessoas deteriam 59% de toda riqueza do mundo, e as **6** seriam dos Estados Unidos

80 morariam em casas abaixo do desejável

70 seriam analfabetos

50 seriam desnutridos

1 estaria a beira da morte, e 1 prestes a nascer

1 teria nível superior

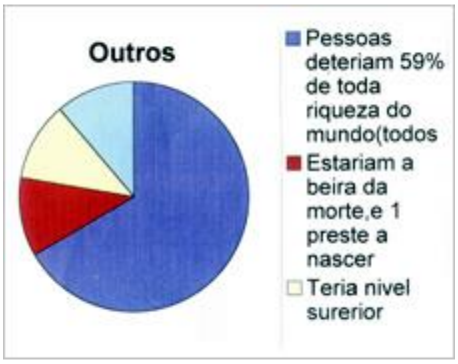
1 teria computador

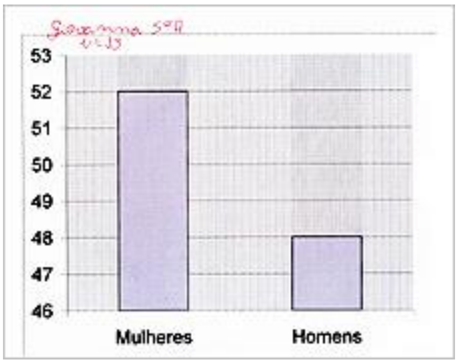
(*) Phillip M. Harter, MD, FACEP. Stanford University

Traduzido por: Guilherme S. Zahn (MsC, IEN-CNEM, Brasil) e Paulo Ernesto Diaz Rocha (CPDA/UFRRJ)

<u>Observações:</u> Em um primeiro momento, tabulações simplificadas podem ser úteis para desencadear um contato operacional do estudante com planilhas de cálculo como, por exemplo, o programa Excel.

Em um segundo momento, o resultado do trabalho constitui material para discussões, em sala de aula, sobre possibilidades e limitações das representações gráficas enquanto material de análise e/ou veículo informativo. Por exemplo, a representação visual não traduz de modo coerente a proporção entre dados fornecidos. (vide figuras)





Finalmente, trata-se, numa perspectiva didática, de uma atividade que pode sugerir alterações de objetos em outras dimensões. Por exemplo, tabulação e representação espontânea de dados referentes ao cotidiano da criança.

O príncipe dos Matemáticos

Texto original em alemão: Paul Karlsohn
Tradução e adaptação: Prof.: José Luis Vilar Lignani.

Pouco antes de 1800, em uma aldeia nas imediações de Braunschweir (Alemanha) um professor ensinava as crianças em uma sala de aula improvisada onde antes fora uma pequena oficina de ferreiro.

Naquele dia, as crianças estavam mais barulhentas que de costume e o professor resolveu que já era hora de ter algum sossego. Propôs, então, às crianças, um problema simples, porém longo: somar os cem primeiros números 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + ... + 96 + 97 + 98 + 99 + 100. Com isso, sua classe ficaria ocupada por um bom tempo, pelo menos pensava o professor.

Cerca de três minutos após a colocação do problema um menino de oito anos veio até a mesa do professor e depositou sua lousa de escrever com a resposta.

Para espanto do professor, o menino ao invés de adotar a cansativa solução de escrever um número abaixo do outro e depois efetuar a adição, preferiu raciocinar da seguinte forma:

Se eu somar o primeiro número com o último, 1 + 100 obtenho 101;

Se eu somar o segundo número com o penúltimo, 2 + 99 obtenho 101;

Do mesmo modo, o terceiro número adicionado com o antepenúltimo, 3 + 98, resulta 101;

Pode-se continuar somando os números aos pares e o resultado será sempre 101.

Existem 50 pares como esses, sendo que o último é 50 + 51 = 101.

Logo a soma pedida é 50 x 101 = 5050.

Quinze anos após esse episódio, aquele jovem já era considerado um dos mais brilhantes matemáticos da Europa.

Foi chamado de príncipe dos matemáticos e seu nome era Karl Friedrich Gauss (1777-1855)

Atividades pós-texto:

1- Escreva outras seqüências em que é possível utilizar o método utilizado por Gauss.

2- Mostre que é verdadeira a afirmação: "pode-se continuar somando os números aos pares e o resultado será sempre 101".

APÊNDICE B

Fragmentos do Micromundo hipertextual

CONJUNTOS & RELAÇÕES

Indíce por assunto **Pag.**

1 – Introdução

Em meados do ano letivo de 2003, com os recursos da biblioteca de rotinas oriunda do trabalho de implementação do micromundo NÚMEROS PRIMOS, iniciei o desenvolvimento de um novo micromundo hipertextual para captar informações sobre as implicações advindas da utilização desse tipo de escritura no apoio de minha prática letiva da matemática que, por essa época, estava centrada integralmente nas três classes de primeiro ano de ensino médio da Escola Y. Por isso, um trabalho de implementação pautado naquilo que era, e ainda é, a principal demanda dos estudantes de ensino médio para com a matemática, isto é, o conteúdo programático das provas para o ingresso na Universidade Federal Local. Especificamente,

1. Geometria Plana (*)

- (D1) Utilizar o conceito de semelhança e congruência em triângulos. (C5)
- (D2) Aplicar a noção de área de figuras planas. (C5)
- (D3) Calcular a área do círculo por aproximação de polígonos regulares (inscritos e circunscritos), levando à conceituação do número irracional p. (C5)
- (D4) Calcular a área de regiões poligonais planas por composição e decomposição das figuras: triângulos, paralelogramo, trapézio, hexágono, círculo. (C5)

(*) Por se tratar de um assunto pertinente a 8ª série do ensino fundamental, as considerações a respeito deste tópico ficarão limitadas somente às complementações necessárias, as quais serão feitas ao final do curso.

2. Conjuntos numéricos

- (D5) Reconhecer os números naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais. (C1)
- (D6) Operar com intervalos reais e conjuntos enumeráveis. (C5)
- (D7) Utilizar linguagem matemática para representação de intervalos reais. (C2)

3. Funções

- Conceituação

- (D8) Aplicar o conceito de função como uma lei de transformação, como associação entre elementos de dois conjuntos. (C5)
- (D9) Aplicar o conceito de função e seus elementos (domínio, contradomínio e imagem), analítica ou graficamente. (C5)
- (D10) Utilizar as propriedades das funções (crescimento, injeção, sobrejeção e bijeção). (C5)
- (D11) Utilizar a composição, decomposição e inversão de funções. (C5)
- (D12) Interpretar a representação geométrica das funções (pontos de máximo ou de mínimo, significado das raízes, etc.). (C3)

- Funções polinomiais

- (D13) Reconhecer uma função polinomial do 1º grau através do gráfico e / ou de sua lei, fazendo um estudo de suas particularidades tais como: raiz, crescimento e decrescimento, coeficiente angular, coeficiente linear, estudo de sinal. (C3)
- (D14) Reconhecer uma função polinomial de 2º grau através do gráfico e / ou de sua lei, fazendo um estudo de suas particularidades tais como: raízes, significado dos coeficientes (a, b, c), de máximo ou mínimo, conjunto imagem, estudo de sinal. (C3)
- (D15) Resolver equações e inequações de 1º e 2º graus associando-as às suas representações geométricas e à variação de sinais das respectivas funções. (C5)

- Funções modulares

- (D16) Associar o conceito de módulo de um número real como distância deste à origem. (C3)
- (D17) Identificar a função modular entre várias funções. (C1)
- (D18) Utilizar e representar analítica e graficamente o conceito de função modular. (C5)

- Funções logarítmicas e exponenciais

- (D19) Utilizar e representar analítica e graficamente o conceito de função exponencial (observar que casos simples de equações exponenciais poderão ser explorados como decorrência de situações problema propostas). (C5)
- (D20) Utilizar equações exponenciais. (C5)
- (D21) Utilizar o conceito de logaritmos em diferentes bases e suas propriedades. (C5)
- (D22) Utilizar e representar analítica e graficamente o conceito de função logarítmica tanto como inversa de função exponencial como pela sua definição. (C5)

Obs.: *Exclusão do item inequações modulares, exponenciais e logarítmicas.*

4. Trigonometria

- (D23) Aplicar as razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente). (C5)
- (D24) Operar com ângulos e arcos no ciclo trigonométrico (graus e radianos). (C3)
- (D25) Relacionar medidas de ângulos e arcos no ciclo trigonométrico. (C3)
- (D26) Aplicar as razões trigonométricas no ciclo trigonométrico. (C5)
- (D27) Aplicar as relações entre as razões trigonométricas (sen2a + cos2a = 1; tg a = sen a / cos a; sec a = 1 / cos a; cossec a = 1 / sen a; cotg a = cos a / sen a e demais relações que dessas decorram). (C5)
- (D28) Aplicar conceitos trigonométricos entre ângulos quaisquer (lei dos senos, lei dos cossenos, áreas, etc). (C5)

Obs: *Neste módulo I, limitar o estudo da trigonometria para arcos de uma única volta.*

2 – Primeiros textos sobre matemática

Em sua versão inicial, o micromundo hipertextual CONJUNTOS & RELAÇÕES possuía dez textos-fragmento sobre o tema conjuntos e relações conexos a quatro aplicativos computadorizados e, além disso, apresentava por extensão alguns textos do micromundo NÚMEROS PRIMOS*,* cujo objetivo era oferecer ao estudante a possibilidade para leituras em profundidade sobre os números naturais, os números irracionais e, também, oferecer as leis de formação de algumas sequências numéricas básicas. Este anexo contém os cinco textos referentes ao tema Conjuntos disponíveis nesse micromundo no início do ano letivo de 2004.

Conjuntos: notas introdutórias

Um conjunto é uma coleção de objeto ou elementos. Um conjunto fica caracterizado, uma vez que exista uma regra através da qual podemos decidir se um elemento pertence ou não pertence ao conjunto. Assim, se chamarmos por B o conjunto das pessoas que residem no Brasil, podemos dizer, por exemplo, que Lula é elemento de B, bem como Bush não é elemento de B. Na linguagem de conjuntos, tais considerações serão escritas da seguinte forma:

Lula $\in$ B (*Lê-se: Lula é elemento do conjunto B*)

Bush$\notin$ B (*Lê-se: Bush não é elemento do conjunto B*)

Há vários modos para descrever um conjunto. Um deles é dar um enunciado verbal que descreve os elementos do conjunto. Por exemplo, A é o conjunto formado pelos algarismos hindu-arábicos. Uma outra maneira para definir conjuntos, consiste em escrever uma lista dos elementos do conjunto, entre chaves. Desse modo, escreveríamos o conjunto A da seguinte forma: A = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 }

Observe que para dar a descrição completa de um conjunto, nem sempre é preciso incluir todos os elementos na lista. Por exemplo, o conjunto dos algarismos poderia ser indicado da seguinte forma: M = { 0, 1, 2, 3, ... , 9 }

Algumas vezes não é possível descrever um conjunto relacionando todos os seus elementos como, por exemplo, é o caso do conjunto N formado pelos números naturais. Entretanto, N pode ser descrito por uma lista parcial, ou seja, N = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... }

Uma outra maneira de se indicar conjuntos é através do que se conhece por *notação formadora de conjunto*. Nessa notação, o conjunto A formado pelos algarismos hindu-arábicos será indicado da seguinte forma:

A = { x : x é um algarismo ghobar} que se lê *"A é o conjunto dos elemento x tal que x é um algarismo ghobar"*

Igualdade de conjuntos: subconjuntos

Dois conjuntos P e Q são iguais se cada elemento de P é elemento de Q e vice-versa. Se P e Q são conjuntos iguais, escrevemos P = Q. (lê-se: *o conjunto P é igual ao conjunto Q*)

Exemplos: $\{ x \in Z ; -3 \leq x < 3 \} = \{ -3, -2, -1, 0, 1, 2 \}$; { x ; x é uma vogal } = { a, e, i, o, u }

Os elementos de um conjunto são considerados independentes de quaisquer repetições ou da ordem em que aparecem. Portanto, ao considerar um conjunto interessa apenas o fato de um elemento pertencer ou não ao conjunto. Assim,

$$\{ 1, 2, 2, 3, 3, 3 \} = \{ 1, 2, 3 \} = \{ 2, 1, 3 \} = \{ 3, 2, 1 \}$$

Dados dois conjuntos R e S, diz-se que R é subconjunto de S quando todo elemento de R é também elemento de S. Para indicar este fato, escrevemos:

$R \subset S$. (lê-se: *o conjunto R está contido no conjunto Q*)

Exemplos: $\{ a, b, c \} \subset \{ a, b, c, d, e, f \}$, { $x \in N$; x é um número par } $\subset N$

O conjunto que não possui elemento, será denominado conjunto vazio. Assim, se T for um conjunto vazio, escrevemos $T = \emptyset$.

Finalmente, uma noção importante é a de *conjunto universal*. Em suma, é a idéia de um conjunto que contenha todos os elementos que desejamos considerar em relação a um problema específico.

Exemplo: quando lançamos um dado comum, os resultados que podemos obter são os números 1, 2, 3, 4, 5, 6. Na linguagem de conjuntos, dizemos que o conjunto { 1, 2, 3, 4, 5, 6 } é o conjunto universal dos possíveis resultados, quando lançamos um dado comum. Em suma, U = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }

Operações entre conjuntos

A **reunião** ou **união** de dois conjuntos – A e B, por exemplo – é o conjunto $A \cup B$, formado pelos elementos de A mais os elementos de B. Em outras palavras, afirmar que $x \in A \cup B$ significa dizer $x \in A$ **ou** $x \in B$, o que não exclui a possibilidade das duas alternativas serem verdadeiras. Sendo assim, podemos escrever $A \cup B = \{ x; x \in A$ **ou** $x \in B \}$.

Exemplo: Se A = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 } e B = { 4, 5, 6, 7, 8, 9 }, então $A \cup B$ = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 }

A **<u>interseção</u>** dos conjuntos A e B é o conjunto $A \cap B$, formado pelos elementos comuns aos conjuntos A e B. Em outras palavras, se x é um elemento de $A \cap B$, então $x \in A$ **<u>e</u>** $x \in B$. Desse modo, podemos escrever $A \cap B = \{ x;\ x \in A$ **e** $x \in B \}$

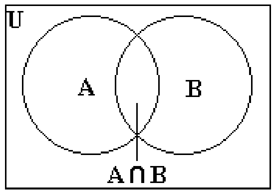
Exemplo: Se A = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 } e B = { 4, 5, 6, 7, 8, 9 }, então $A \cap B$ = { 4, 5, 6 }

A **<u>diferença</u>** entre os conjuntos A e B é o conjunto A – B, formado pelos elementos de A que não pertencem ao conjunto B. Portanto, $A - B = \{ x;\ x \in A$ **e** $x \notin B \}$

Exemplo: Se A = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 } e B = { 4, 5, 6, 7, 8, 9 }, então A – B = { 0, 1 , 2 , 3 }

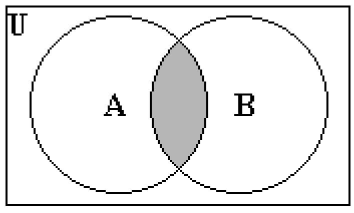
As vezes, utilizamos um método de representação gráfica para visualização das três operações apresentadas. Para isso, é desenhado um retângulo para representar certo conjunto universal e círculos, no interior do retângulo, para representar seus diversos subconjuntos. Essas representações são conhecidas como *diagramas de Venn*.

Exemplo: sejam os subconjuntos A e B (não vazios) de um conjunto universal U, tal que $A \cap B \neq \emptyset$. Nessas condições, a representação desses conjuntos assume a seguinte configuração:

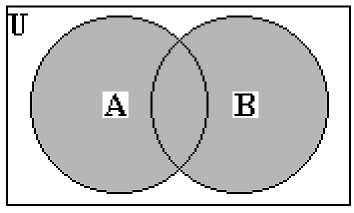


Para representar uma operação entre conjuntos através de diagrama, é comum escurecer de maneira conveniente os resultados das operações. (Vide figuras)

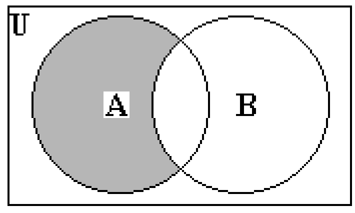
$A \cap B$



$A \cup B$



A – B



Conjuntos de números

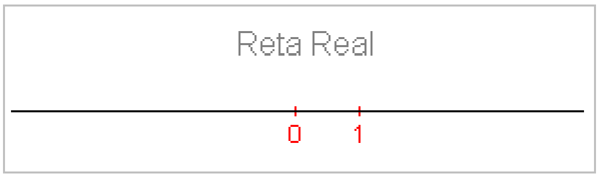
Números Reais, $\mathcal{R}$

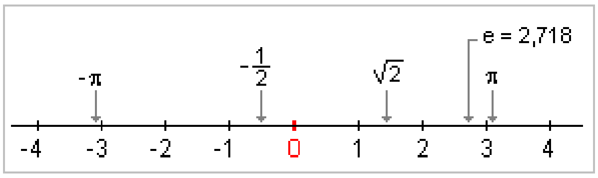
Conjuntos de números são importantes em matemática. De importância particular é o conjunto dos números reais, o qual será indicado por $\mathcal{R}$

Uma propriedade dos números reais é que eles podem ser representados por pontos em uma linha reta. De modo mais específico, existe uma relação biunívoca entre os pontos na linha reta e os números reais; isto é, cada ponto da linha reta representará um único número real e cada número real será representado por um único ponto da reta.

Dentre as consequências disto, destaca-se a possibilidade de tratar de forma indistinta, pontos e números.

Para isso, escolhemos um ponto para representar o zero – denominado origem - e um outro ponto, geralmente à direita, para representar 1. Esta linha reta será denominada “reta real”.





Desse modo, os números à direita de 0 são chamados de *números positivos* e os números à esquerda de 0 são chamados *números negativos*. O número zero não é nem positivo e nem negativo.

Finalmente, vamos estabelecer o seguinte: *se nada for dito em contrário, então o conjunto dos números reais é o nosso “conjunto universal”*.

Números Inteiros, $\mathcal{Z}$

Números inteiros são os números reais ..., - 3, - 2, -1, 0, 1, 2, 3, ...; cujo conjunto será indicado pela letra $\mathcal{Z}$. Portanto, $\mathcal{Z}$ = {..., - 3, - 2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}.

O conjunto dos números inteiros é “fechado” para as operações de adição, multiplicação e subtração; ou seja, a soma, produto e diferença de dois números inteiros é um número inteiro.

Quanto à operação divisão, o conjunto $\mathcal{Z}$ não é fechado. Em outras palavras, nem sempre o quociente de dois inteiros é um número inteiro como, por exemplo, é o caso de 2 e 5. Observe que 2 : 5 = 0,4 e $0,4 \notin \mathcal{Z}$.

Finalmente, dentre os subconjuntos de $\mathcal{Z}$, destacam-se os seguintes:

$\mathcal{Z}^*$ = {..., - 3, - 2, -1, 1, 2, 3, ...} = $\mathcal{Z}$ – { 0 };

$\mathcal{Z}_+$ = { 0, 1, 2, 3, ...} ou conjunto dos n^{os} inteiros não negativos;

$\mathcal{Z}_-$ = {..., - 3, - 2, -1, 0 } ou conjunto dos n^{os} inteiros não positivos;

$\mathcal{Z}^*_+$ = { 1, 2, 3, ...} ou conjunto dos n^{os} inteiros positivos

$\mathcal{Z}^*_-$ = {..., - 3, - 2, -1 } ou conjunto dos n^{os} inteiros negativos.

Números Racionais, Q

Números racionais são os números reais que podem ser expressos na forma de fração. O conjunto dos números racionais será indicado pela letra Q. De modo mais específico, $Q = \{ x \mid x = p / q$ onde $p \in Z$, $q \in Z^* \}$

Todo número inteiro é também um número racional. Por exemplo, 3 = 3/1 = 6/2 = ... Em outras palavras, Z é subconjunto de Q ($Z \subset Q$).

Além de fechado em relação as operações de adição, multiplicação e subtração, o conjunto dos números racionais é fechado em relação a operação divisão (exceto a divisão por zero). Portanto, a soma, produto, diferença e quociente (exceto por zero) de dois números racionais é um número racional.

Números Naturais, N

Números naturais são os números inteiros positivos. O conjunto dos números naturais será indicado pela letra N. Portanto, $N = \{ 1, 2, 3, ... \}$

Entre os números naturais e os demais conjuntos numéricos apresentados verificam-se as seguintes relações: $N \subset Z \subset Q \subset R$

O conjunto dos números naturais é fechado somente para as operações de adição e multiplicação. Portanto, a diferença e o quociente de dois números naturais nem sempre é um número natural. Por exemplo,

$2 - 6 = -4$ e $-4 \notin N$ $\qquad$ $2 : 6 = 0,333...$ e $0,333... \notin N$.

Dentre os subconjuntos de N destacam-se:

- o conjunto dos números "primos"; ou seja, os números naturais maiores que 1, que só são divisíveis por 1 e por ele mesmo. { 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ... };
- O conjunto dos números pares; isto é, dos números naturais que são divisíveis por 2. { 2, 4, 6, 8, 10, 12 ,14 16, 18 ...}

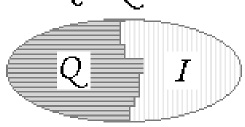
Números Irracionais, I

Números irracionais são os números reais que não podem ser escritos na forma de fração. Por exemplo,

0,101001000... , $\quad \sqrt{2}$, $\quad e = 2,718...$, $\quad \sqrt{5}$, $\quad \pi = 3,14159265...$

A reunião do conjunto dos números irracionais com o conjunto dos números racionais é o conjunto dos números reais. Em suma

$R = Q \cup I$



Intervalos

Considere o conjunto A = { $x \in \mathbb{R}$; $2 \leq x < 5$ }.

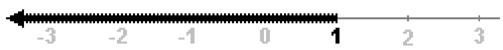
Observe que A é um subconjunto de $\mathbb{R}$ que possui os pontos situados entre 2 e 5, com exceção do 5. Chamamos a isto de *intervalo de conjunto*, sendo 2 e 5 denominados extremos do intervalo. Como 2 pertence ao conjunto A e 5 não pertence ao conjunto A dizemos que o conjunto A é um intervalo *fechado* em 2 e *aberto* em 5.

Para indicar intervalos existem ainda duas outras notações. A notação abreviada

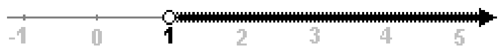
A = [2, 5) – *onde o colchete indica que o intervalo é fechado e o parênteses indica que o intervalo é aberto* – e a notação gráfica. De modo específico, sombreamos o segmento de reta formado pelos extremos do intervalo (pontos 2 e 5), além de fazer um pequeno círculo no extremo em que o intervalo é aberto (ponto 5); ou seja,

Finalmente, existem os intervalos do tipo A = { $x \in \mathbb{R}$; $x \leq 1$ } ou B = { $x \in \mathbb{R}$; $x > 1$}. Para intervalos desta natureza, utilizaremos a seguinte notação abreviada: A = ($-\infty$, 1] e B = (1, $+\infty$). Quanto a representação gráfica desses intervalos, temos

A = ($-\infty$, 1]



B = (1, $+\infty$)



Exercícios propostos

Aspectos básicos

1) Dê uma propriedade descreva os elementos de cada um dos seguintes conjuntos.

a) A = { a, e, i, o, u };

b) B = { 2, 4, 6, 8, 10, ... };

c) C = {1, 4, 9, 16, 25, 49, ...};

d) D = { -1, -2, -3, -4, -5, ... };

e) E = { 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 ... }

f) F = { -1, -2, -3, -4, -5, ... }

g) G = { ..., -12, -8, -4, 0, 4, 8, 12, ... };

h) H = { -1, 1 }

2) Apresente cada um dos conjuntos em forma de lista parcial ou completa.

a) A = { x; x é letra da palavra "baunilha"}

b) B = { x; x é um numero múltiplo de 3 }

c) C = { x; $x^2 - 4 = 0$ }

d) D = { x; x é um número triangular }

3) Uma urna contém duas bolas vermelhas e duas bolas brancas. Três bolas são selecionadas, uma de cada vez, sem que seja recolocada cada bola selecionada. Escreva o conjunto de todas as possíveis seqüências de retiradas de bolas, nas condições dadas. (Sugestão: utilize as letras **v** e **b** para indicar, respectivamente, bolas vermelhas e bolas brancas)

4) Uma família de quatro pessoas – pai, mãe, um filho e uma filha – está posando para o retrato da família. Eles desejam colocar-se em linha, de forma que homens e mulheres ocupem posições alternadas. Escreva o conjunto de todas as possíveis soluções.

Igualdade de conjuntos: subconjuntos

5) Identifique a relação entre os pares de conjuntos.

a) { 1, 3, 5, 3, 6, 1, 6, 5, 1, 3, 5} ____ { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 };

b) $\{ x \in \mathcal{Z} ; x^2 + 5x - 6 = 0 \}$ ____ { -6, 1 }

c) o conjunto de todos os carro licenciados no Brasil ____ o conjunto de todos os veículos licenciados no Brasil;

d) $\{ x \in \mathcal{N} ; 3x + 4 = 0 \}$ ______ $\mathcal{N}$.

6) Escreva todos os possíveis subconjuntos dos seguintes conjuntos:

a) $\{ x \in \mathcal{Z} ; x^2 = 4 \}$ b) { 1, 2, 3, 4 } c) $\varnothing$

7) Indique o conjunto universal, para cada um dos casos a seguir.

a) Uma sala possui três portas de entrada, bem como duas portas que dão acesso a um terraço. Quais são as maneiras, pelas quais uma pessoa pode chegar ao terraço, passando pela sala?

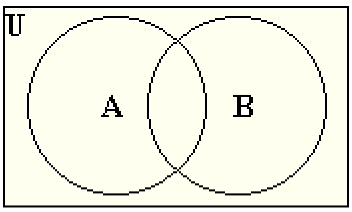
b) Lança-se uma moeda por três vezes, anotando o resultado de cada lançamento. Quais são os possíveis resultados que podemos obter? (sugestão: utilize c para indicar o resultado cara e k para o resultado coroa)

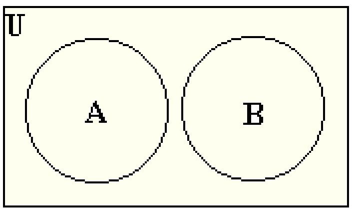
8) Tente justificar os seguintes fatos:

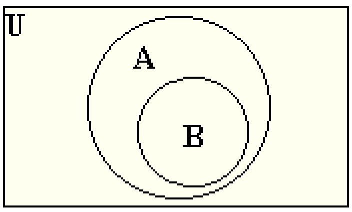
a) Se $A \subset B$ e $B \subset A$, então A = B.
b) Se $A \subset B$ e $B \subset C$, então A = C.
c) O conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto.

Operações entre conjuntos

9) Escureça em cada diagrama as seguintes operações entre os conjuntos: $A \cap B$, $A \cup B$ e $U - A$. (Utilize um diagrama para cada operação)

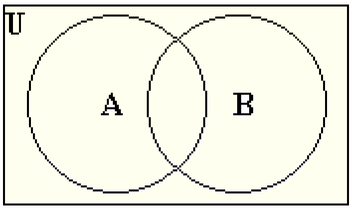






10) Indique, a partir do diagrama que se segue, as seguintes operações.

a) $U - (A - B)$ b) $(U - A) \cap B$ c) $U - (A \cup B)$



11) Sejam A e B subconjuntos de um conjunto universal U. Use diagramas de Venn para ilustrar a relação entre A e B, admitindo que:

a) $A \cap B = \varnothing$ b) $A \cup B = B$ c) $A \cap B = B$ d) $B - A = \varnothing$

Conjuntos de números

12) Procure realizar a atividade proposta pelo "**programa eixos coordenados"** (Ferreira da Silva, 2003).

13) Sendo $\mathcal{R}$ o conjunto universal, algumas operações são possíveis enquanto outras operações não são possíveis. Dentre as operações propostas abaixo, efetue as operações possíveis e justifique sua resposta para as demais.

a) $2 - (+4) + (-9) =$	b) $(-4) : (7) =$	c) $0 : 5 =$	d) $(-3)^{-4} =$
e) $(0,02)^3 =$	f) $2/6 - 5/4 =$	g) $(-2)^5 =$	h) $7 : 0 =$
g) $7/5 : 8/4 =$	h) $(-9)^{1/2} =$	i) $(7/3)^{2} =$	j) $1 - 0,1057 =$
k) $4^{3/2} =$	l) $0 : 0 =$	m) $6 \times 0,333... =$	n) $25^{1/2} =$

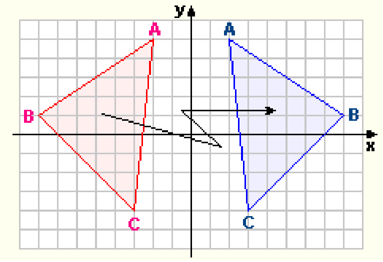
3 – Fichas e Tarefas Complementares

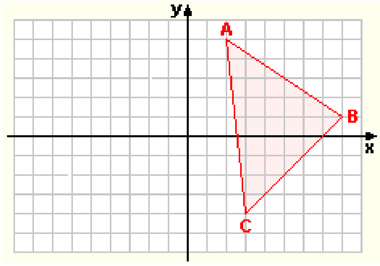
Em relação ao trabalho de elaboração/sugestão de tarefas complementares referentes aos assuntos propostos através das fichas de trabalho, o resultado foi o indicativo da ausência, em um número expressivo de estudantes do Ensino Médio da Escola Y, de conhecimentos operacionais básicos para o estudo da matemática que é exigida pelo conteúdo programático dos exames para o ingresso na Universidade Federal local. A prova disso está na predominância dos assuntos que orientaram a confecção desse material auxiliar, isto é, tabuada, operações com números inteiros, operações com frações, resolução de equações, entre outros.

Tarefa eixos coordenados (multiplicação de inteiros)

Descrição: Para a atividade eixos coordenados, o computador apresenta dois triângulos (vermelho e azul) sobre o plano cartesiano. O problema a ser solucionado é estabelecer adições algébricas convenientes sobre as abscissas ou ordenadas dos vértices do triângulo vermelho, de modo que esse triângulo ocupe a posição do triangulo azul.

Tarefa: Solucionar, de modo favorável, 9 (nove) diferentes situações, as quais serão propostas pelo computador.





Observação: A solução de qualquer situação problema, somente será favorável ao estudante se resolvida em, no máximo, duas tentativas.

- **Recordando a tabuada:**

Sugestão: Aplicativo Trinca (Vide pág. ___)

- **Frações e números decimais**

a) $5 = \underbrace{\frac{5}{1} = \frac{25}{5} = \frac{100}{20} = \dots}_{\text{frações equivalentes}}$

b) $1,\overbrace{723}^{\text{três CDs}} = \frac{1723}{\underbrace{1000}_{\text{Três zeros}}}$ CD = casa decimal

c) $0,13\ 13\ 13\dots = 0,\overline{13} =$

$$\ominus \begin{cases} y = 0,13\ 13\ 13\ \dots \quad (\times 100) \\ 100\,y = 13,13\ 13\ \dots \end{cases}$$

$$99\,y = 13 \Leftrightarrow y = \frac{13}{99} \qquad \text{Desse modo: } 0,\overline{13} = \frac{13}{99}$$

Daí: $0,\overset{\text{um AP}}{\overline{5}} = \frac{5}{\underbrace{9}_{\text{um nove}}}$ $\quad 0,\overset{\text{três AP}}{\overline{234}} = \frac{234}{\underbrace{999}_{\text{três noves}}}$ $\quad 0,\overset{\text{dois AP}}{\overline{87}} = \frac{87}{\underbrace{99}_{\text{dois noves}}}$

AP = algarismos no período

e) $9,1888\dots = 9,1 + 0,0888\dots = \frac{91}{10} + \frac{0,888\dots}{10} = \frac{91}{10} + \frac{8/9}{10} = \frac{91}{10} + \frac{8}{90} = \frac{827}{90}$

- **Porcentagem**

a) Determine 20% de 800.

Como 10% de 800 é igual a 80
Então 20% é 160

Resolução I

$$\frac{20}{100} \times 800 = \frac{16000}{100} = 160$$

Resolução II

Como $\frac{20}{100} = 0{,}20$
então $0{,}2 \times 800 = 160$

Resolução III

b) Em 800 unidades, qual é o percentual correspondente a 300 unidades.

Resolução I

10% —— 80

30%	240	+
5%	40	
2,5%	20	
37,5%	300	

Resolução II

unid.	%
800	100
300	p

$$\frac{800}{300} = \frac{100}{p}$$

$$800\,p = 300 \times 100$$

$$p = 37{,}5\%$$

Resolução III

$$\frac{300}{800} = 0{,}375 = \frac{37{,}5}{100} = 37{,}5\%$$

c) Após um aumento de 3% em seu salário, um trabalhador passou a receber R$412,00. Qual era o salário desse trabalhador antes do aumento?

Resolução I

%	Salário
103	412
100	s

$103.s = 41\ 200$

$s =$ R$ 400,00

Resolução II

$s + 3\%\ s = 412$

$s + 0{,}03.s = 412$

$1{,}03.s = 412$

$s =$ R$ 400,00

... 0,001	0,01	0,1	1	10	100	1000 ...
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^{0}	10^{1}	10^{2}	10^{3}

d) Determine: meio por cento de um trilhão dividido por duzentos milhões. (Sugestão ao lado)

$$0{,}5\% = 0{,}5 \times \frac{1}{100} = 5 \times 10^{-1} \times 10^{-2} = 5 \times 10^{-3}$$

1 trilhão = $1\ 000\ 000\ 000\ 000 = 10^{12}$

200 milhões = $200\ 000\ 000 = 2 \times 100\ 000\ 000 = 2 \times 10^{8}$

Portanto: $\dfrac{5 \times 10^{-3} \times 10^{12}}{2 \times 10^{8}}$

e) AIDS (panorama mundial): Desde que começou a epidemia de AIDS, mais de **60 milhões** de pessoas foram infectadas pelo HIV. Desse modo, a AIDS tornou-se a principal causa de mortalidade em parte da África e a quarta em todo o mundo; segundo o último informe publicado pelo programa das Nações Unidas de prevenção à AIDS (ONUAIDS), em Genebra.

Para fins deste ano, estima-se que pelo menos **40 milhões de pessoas** estarão infectadas com o vírus da AIDS em todo o planeta.

Aproximadamente, a terça parte dessas pessoas soropositivas tem entre **15 e 24 anos de idade** e, em sua maioria, desconhecem que são portadoras do vírus. E isso, enquanto muitos outros milhões de pessoas não sabem nada ou sabem muito pouco sobre esta pandemia.

De modo aproximado, qual é o percentual de pessoas infectadas pelo vírus da AIDS em nosso planeta?

Fonte: http://www.acidigital.com/aids/mundial.htm

- **Resoluções de equações**

Recordando:

I) **$ax + b = 0$ (com $a \# 0$)**

$$ax + b = 0 \;\ldots\ldots\ldots\; -(b)$$
$$ax + b - b = 0 - b$$
$$ax = -b \;\ldots\ldots\ldots\; /(a)$$
$$\frac{ax}{a} = \frac{-b}{a}$$
$$x = \frac{-b}{a}$$

II) **$ax^2 + bx + c = 0$ (com $a \# 0$)**

$$ax^2 + bx + c = 0 \;\ldots\ldots\ldots\; \times(4a)$$
$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0 \;\ldots\ldots\; +(b^2)$$
$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 + 4ac = b^2$$
$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = \underbrace{b^2 - 4ac}_{\Delta}$$
$$(2ax + b)^2 = \Delta$$
$$2ax + b = \pm\sqrt{\Delta}$$
$$2ax = -b \pm\sqrt{\Delta} \;\ldots\ldots\; /(2a)$$
$$x = \frac{-b \pm\sqrt{\Delta}}{2a}$$

Obs:

$$x' + x'' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a}$$

De modo análogo: $x' . x'' = c/a$

Resolva, se possível:

a) $3x^2 - 48 = 0$

e) $7x^2 + 56x = 0$

i) $-2x^2 - 30x + 122 = 0$

b) $3x^2 - 21x = 0$ **f) $x^2 + 4x - 5 = 0$** **j) $x^2 - 2x - 8 = 0$**

c) $x^2 - 6x - 27 = 0$ **g) $x^2 + 25 = 0$** **k) $x^2 + x - 42 = 0$**

d) $-x^2 - 2x + 24 = 0$ **h) $8x^2 - 72x = 0$** **l) $-2x^2 - 30x + 122 = 0$**

m) $x^2 - 3x - 8 = 0$ **n) $x^2 + 1 = 0$** **o) $-x^2 - 6x - 27 = 0$**

[ ] x^2 + [ ] x + [ ] = 0

Para verificar a existência de raízes e, se possível, determiná-las digite os coeficientes. Em seguida, clique sobre verificar.

- **Sistemas de duas equações: resolução**

Resolva, se possível, cada um dos sistemas abaixo:

a1) $\begin{cases} 3x + 4y = 11 \\ 4x - 6y = -8 \end{cases}$

Sugestão:

$$\begin{aligned} 3x + 4y &= 11 \quad .(-4) \\ 4x - 6y &= -8 \quad .(3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\cancel{12x} - 16y &= -44 \\ \cancel{12x} - 18y &= -24 \quad + \\ \hline -34y &= -68 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x + 4y &= 11 \quad .(3) \\ 4x - 6y &= -8 \quad .(2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9x + \cancel{12y} &= 33 \\ 8x - \cancel{12y} &= -16 \\ \hline 17x \quad &= 17 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

a2) $\begin{cases} y = 3x \\ 4x + y = 7 \end{cases}$

Sugestão I:

$$\begin{cases} -3x + y = 0 \quad .(-1) \\ 4x + y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 3x - \cancel{y} &= 0 \quad + \\ 4x + \cancel{y} &= 7 \\ \hline 7x = 7 &\leftrightarrow x = 1 \\ y = 3x &\rightarrow y = 3 \end{aligned}$$

Sugestão II:

$$\begin{cases} y = 3x \\ 4x + y = 7 \end{cases}$$

$4x + 3x = 7$

$7x = 7 \leftrightarrow x = 1$

$y = 3x \rightarrow y = 3$

Sugestão III:

$$\begin{cases} y = 3x \\ y = -4x + 7 \end{cases}$$

$3x = -4x + 7$

$7x = 7 \leftrightarrow x = 1$

$y = 3x \rightarrow y = 3$

b) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - y = 6 \\ -6x + 2y = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -2x + y = 60 \\ 5x + y = 70 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ -2x + y = -3 \end{cases}$

f) $\begin{cases} (4/5)x - 2y = 5 \\ 5{,}1x + 3y = 1{,}8 \end{cases}$

g) $\begin{cases} -4x + 2y = -30 \\ -9x + 3y = 60 \end{cases}$

☐ x + ☐ y = ☐

☐ x + ☐ y = ☐

Complete os quadros acima para, se possível, o computador determinar as raízes do sistema. Em seguida, clique sobre verificar.

APÊNDICE C

Fragmentos do Livro de Areia

SEXTO ANO do Ensino Fundamental

(Versão Ilustrativa)

OBSERVAÇÃO: O livro de areia ilustrativo disponível neste apêndice reúne parte do conjunto de fichas de trabalho confeccionadas e aplicadas pelo pesquisador ─ enquanto professor de matemática das classes de sexto ano do Ensino Fundamental da Escola Y durante o ano letivo de 2010 ─ e as tarefas de areia e aplicativos computadorizados utilizados pela atual professora de matemática das classes de sexto ano nessa mesma escola, durante o ano letivo de 2014.

Indíce por assunto **Pag.**

FICHAS DE TRABALHO IMPRESSAS

OBSERVAÇÃO: Durante o ano letivo de 2010 foram aplicadas cinquenta e nove Fichas de Trabalho Impressas nas classes de sexto ano do Ensino Fundamental da Escola Y. Entretanto, neste apêndice estão disponíveis somente as Fichas de Trabalho aplicadas durante o primeiro trimestre desse mesmo ano letivo. Assim, para consultar o trabalho completo consulte o CD encarte que acompanha esse trabalho.

Fichas de trabalho: 1° TRIMESTRE

Clique sobre os títulos disponíveis para ler e/ou imprimir as fichas de trabalho e/ou as tarefas para casa

Fichas de trabalho para sala de aula

Ficha de trabalho 01	Ficha de trabalho 02	Ficha de trabalho 03
Ficha de trabalho 04	Ficha de trabalho 05	Ficha de trabalho 06
Ficha de trabalho 07	Ficha de trabalho 08	Ficha de trabalho 09
Ficha de trabalho 10	Ficha de trabalho 11	Ficha de trabalho 12
Ficha de trabalho 13	Ficha de trabalho 14	Ficha de trabalho 15
Ficha de trabalho 16	Ficha de trabalho 17	Ficha de trabalho 18
Ficha de trabalho 19	Ficha de trabalho 20	XXXXXXXXXXXXX

TÓPICOS PARA ESTUDO:

Espaço e forma

Descritor	Detalhamento
Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.	**- Identificar a movimentação de pessoas ou objetos tomando como referência a posição do aluno.** **- Identificar a localização de objetos em representações gráficas com base em referencial diferente da posição do aluno.** **- Localizar o objeto em malha quadriculada tomando como base dois referenciais expressos em par ordenado.** **- Determinar o par ordenado correspondente a objeto representado em malha quadricula e considerando como base dois referenciais.**
Identificar propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos.	**- Identificar semelhanças e diferenças entre figuras tridimensionais de superfícies planas (poliedros) e arredondadas (não poliedros).** **- Identificar cubo, bloco retangular, pirâmide, cilindro, cone e esfera.**
Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados e tipos de ângulos.	**-Identificar triângulos, quadriláteros, pentágonos ou hexágonos pelo número de lados, bem como identificar os polígonos associados às faces do cubo, paralelepípedo e da pirâmide.**
Classificar quadriláteros por meio de suas propriedades.	**- Identificar quadrado, retângulo, trapézio, losango, considerando os ângulos e as posições relativas entre seus lados (paralelismo e perpendicularismo entre retas).**

Reconhecer ângulo como mudança de direção ou giro, identificando ângulos retos e não-retos.	- Identificar ângulos retos e não retos (agudo e obtuso).
Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.	- Perceber que as medidas dos lados, dos ângulos e da superfície não se alteram quando as figuras geométricas (quadrado e retângulo) sofrem transformação por translação, reflexão e/ou rotação.

Números e operações

Descritor	Detalhamento
Identificar a localização de números naturais/inteiros/racionais na reta numérica.	- Identificar números naturais na reta numérica, considerando sua representação geométrica.
Reconhecer a composição e a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens e na sua forma polinomial.	Reconhecer a decomposição polinomial de um número com até 4 algarismos, bem como registrar um número a partir de sua decomposição.
Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.	- Identificar o número decimal correspondente a uma fração, ou vice-versa (denominadores de 2, 4, 5, 10 e 100). - Associar um número decimal a porcentagem ou vice-versa
Resolver problemas com números racionais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).	- Resolver problema envolvendo adição e subtração e cálculo de troco. - Resolver problema envolvendo multiplicação e divisão de valores. - Calcular a diferença de preço entre dois produtos (mais caro, mais barato). - Calcular o valor total de uma compra (até 3 objetos). - Resolver problemas de situações de troco com compensação.
Resolver problema que envolva porcentagem.	- Relacionar porcentagem à sua representação gráfica. - Calcular a porcentagem de um número natural. - Calcular porcentagens relacionadas às idéias de lucro e prejuízo, desconto ou acréscimo.

Grandezas e medidas

Descritor	Detalhamento
Estabelecer relação entre horário de início e término e/ou intervalo de duração de um evento ou acontecimento.	- Resolver problema envolvendo intervalos de tempo com horas e minutos ou dias e semanas sem transformações de unidades. - Resolver problema,com transformações de unidades, envolvendo intervalos de tempo com horas e minutos ou dias e semanas.
Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida: km/m/cm/mm, t/kg/g/mg, L/mL.	- Resolver problemas significativos envolvendo transformação de km para m, m para cm e m para mm; kg para g, g para mg; L para mL.
Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas, com ou sem malhas.	- Resolver problemas envolvendo o cálculo da medida do perímetro de figuras planas (quadrados e retângulos) desenhadas em malhas quadriculadas.

Disciplina: Matemática – (6º ano/ Ensino fundamental: 2010)
Prof.: José Eduardo Ferreira da Silva - Sítio de internet: www.projetozk.ufjf.br

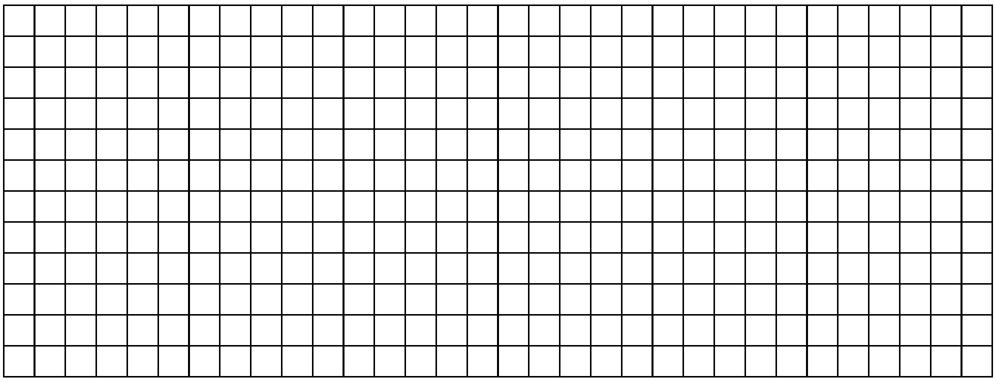
FICHA DE TRABALHO 01 – 1° TRIMESTRE

1) Responda:

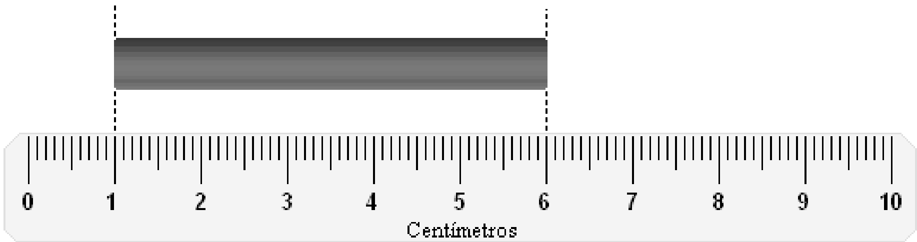
a) O que é um número par?____.

b) O que é um número ímpar?____.

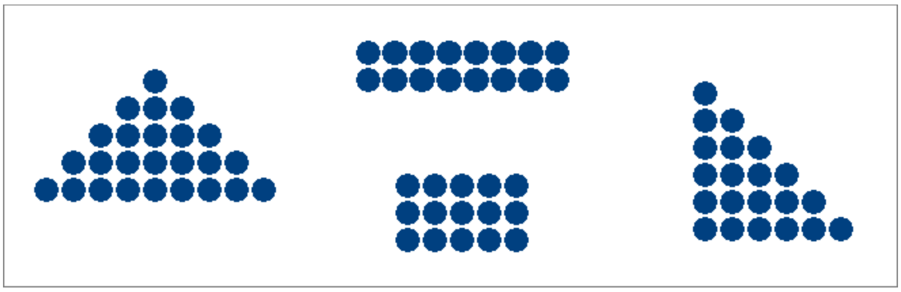
c) Quantos quadradinhos possui a malha retangular abaixo?



d) Na figura abaixo, qual a medida do bastão?



e) Das figuras abaixo, quais delas podem ser transformadas em quadrados de bolinhas?



----

2) Resolva o problema:

Em um sítio existem patos e cachorros. Sabendo que o número total de cabeças é 7 e que o número total de pés é igual a 22, responda: quantos patos existem no sítio?

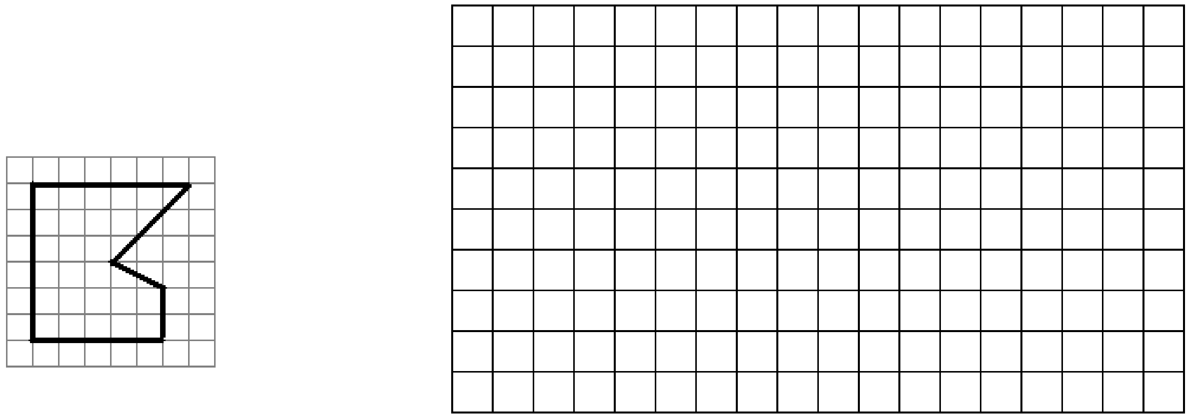
Disciplina: Matemática – (6º ano/ Ensino fundamental: 2010)
Prof.: José Eduardo Ferreira da Silva - Sítio de internet: www.projetozk.ufjf.br

FICHA DE TRABALHO 02 – 1° TRIMESTRE

1) Encontre o preço do quilo, para cada um dos produtos abaixo: (1 quilo = 1000 gramas).

Produto A: 200 g por R$ 1,00	**Produto B**: 250 g por R$ 2,00
Produto C: 300 g por R$ 15,00	**Produto D**: 450 g por R$ 6,00

2) Amplie, sobre a malha à direita, a figura desenhada à esquerda.



3) O jogo Equal:

$\frac{9}{4} = \frac{18}{\_\_\_}$ $\qquad$ $\frac{18}{27} = \frac{6}{\_\_\_}$ $\qquad$ $\frac{\_\_\_}{7} = \frac{12}{21}$

$\frac{10}{\_\_\_} = \frac{5}{1}$ $\qquad$ $\frac{12}{\_\_\_} = \frac{3}{6}$ $\qquad$ $\frac{8}{\_\_\_} = \frac{4}{3}$

4) Resolva (OBMEP 2008): Pedro Américo e Cândido Portinari foram grandes pintores brasileiros e Leonardo da Vinci foi um notável artista italiano. Pedro Américo nasceu em 1843. Já Leonardo nasceu 391 anos antes de Pedro Américo e 451 anos antes de Portinari. Em que ano Portinari nasceu?

a) 1903 $\qquad$ b) 1904 $\qquad$ c) 1905 $\qquad$ d) 1906 $\qquad$ e) 1907

Disciplina: Matemática – (6º ano/ Ensino fundamental: 2010)
Prof.: José Eduardo Ferreira da Silva - Sítio de internet: www.projetozk.ufjf.br

FICHA DE TRABALHO 03 – 1° TRIMESTRE

1) Com a calculadora, verifique o resultado de cada expressão. Em seguida, complete com V (verdadeiro) ou F (falso):

a - (   ) 5 + 2 x 2 = 14

b - (   ) 2 x 2 + 5 = 9

c - (   ) 3 + 6 x 3 = 27

d - (   ) 4 x 2 + 3 x 4 = 20

e - (   ) 4 x 2 + 3 x 4 = 44

f - (   ) 3 + 6 x 3 = 21

---

2) Complete cada uma das seqüências numéricas:

A = (1, 4, 7, 10, ____, 16, 19, ____, _____)

B = (1, 4, 9, 16, ____, ____, ____, ____, ____, ____)

C = (1, 2, 4, 8, ____, 32, 64, ____, ____)

D = (1, 3, 6, 10, _____, _____, _____)

E = (1, 1, 2, 3, 5, 8, ____, ____,____)

---

3) Suponha que eu tenha R$ 10,00 a mais do que você. Sendo assim, quanto eu terei a mais do que você, se:

Eu ganhar R$ 2,00	Você ganhar R$ 2,00
Eu te emprestar R$ 2,00.	Você me emprestar R$ 2,00.

---

4) Dei três laranjas a cada menino e fiquei com vinte. Se tivesse dado 5 a cada menino, teria ficado com oito. Quantos meninos eram?

---

6) O que você entende por tabuada do relógio?

Disciplina: Matemática – (6º ano/ Ensino fundamental: 2010)
Prof.: José Eduardo Ferreira da Silva - Sítio de internet: www.projetozk.ufjf.br

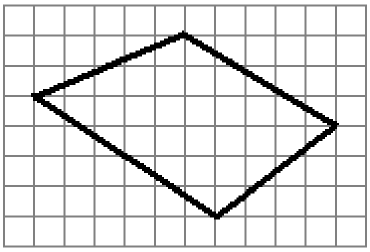
FICHA DE TRABALHO 04 – 1° TRIMESTRE

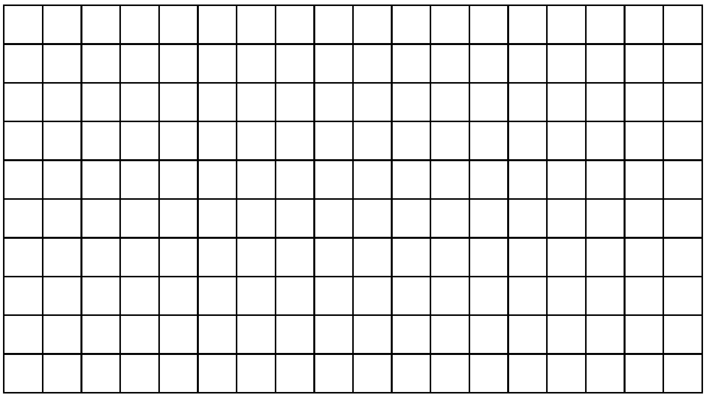
1) Que algarismos escondem as carinhas (☻)?

☻☻☻4☻☻ x 3 = 1357☻69

---

2) Mantendo as proporções, copie o quadrilátero da esquerda para a malha à direita.



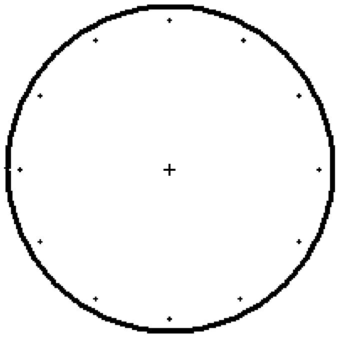
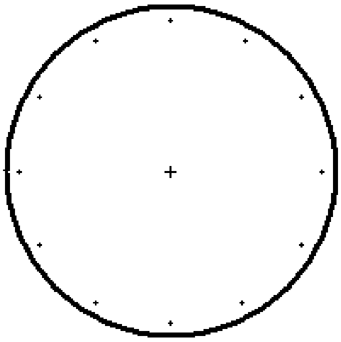
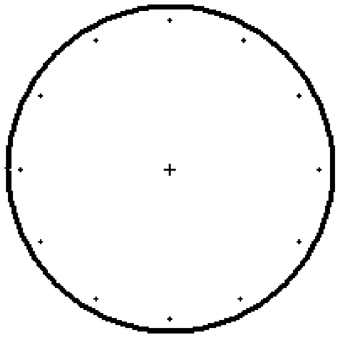


---

3) <u>Responda:</u> A 5 anos atrás, Maria tinha 23 anos e José 14. Qual a diferença de suas idades hoje. Por quê?

---

4) Divida cada uma das circunferências, conforme indicado.

6 partes iguais:	4 partes iguais	12 partes iguais
		

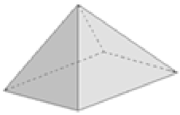
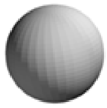
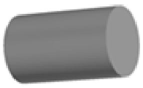
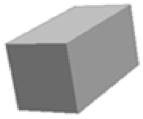
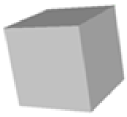
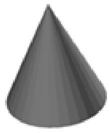
---

5) No tanque do meu carro cabem 40 litros de gasolina. Numa viagem, gastei 3/4 da gasolina. Quanto de gasolina sobrou no tanque?

Disciplina: Matemática – (6º ano/ Ensino fundamental: 2010)
Prof.: José Eduardo Ferreira da Silva - Sítio de internet: www.projetozk.ufjf.br

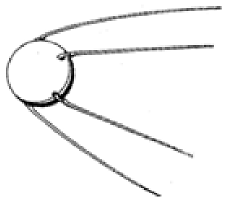
FICHA DE TRABALHO 05 – 1° TRIMESTRE

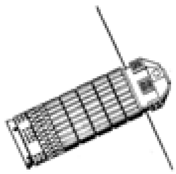
1) Dê o nome dos sólidos desenhados abaixo.

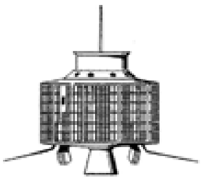







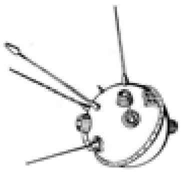
---

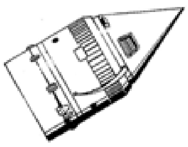
2) Dê um nome para o formato dos satélites espaciais que estão desenhados abaixo. (Fonte: www.nasa.com.)

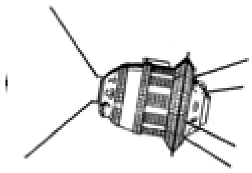

Sputnik I (URSS)

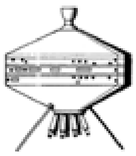

Explorer I (USA)

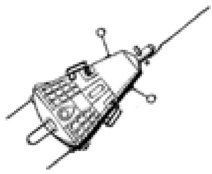

Syncom I (USA)


Lunik I (URSS)


Relay I (USA)


Lunik III (URSS)


Pionner I (USA)


Sputnik II (URSS)

---

3) Resolva

3 + 3 x 3 =

(3 + 3) x 3=

12 : 4 + 2 =

4 x 2 + 3 =

4 x (2 + 3) =

8 x 1 + 7 - 5 : 2 =

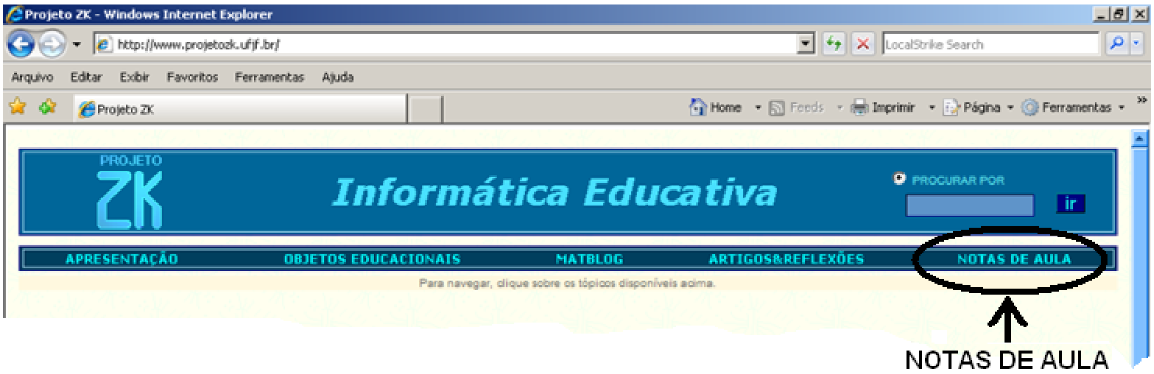
Disciplina: Matemática – (6º ano/ Ensino fundamental: 2010)
Prof.: José Eduardo Ferreira da Silva - Sítio de internet: www.projetozk.ufjf.br

FICHA DE TRABALHO 06 – 1° TRIMESTRE

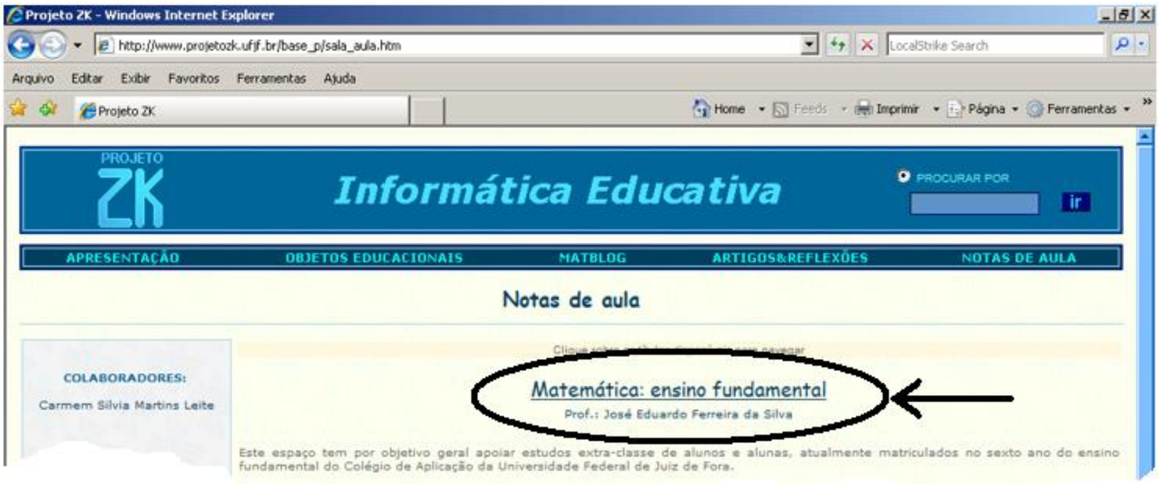
Orientações para acesso ao e-Book[38] de matemática

Endereço de internet: **www.projetozk.ufjf.br**

Após entrar no sítio de internet, clique sobre o título **"NOTAS DE AULA"**.

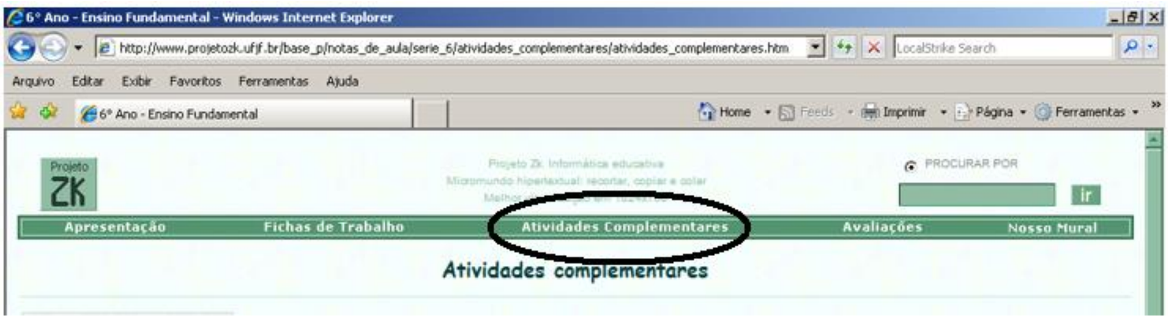


Após entrar em NOTAS DE AULA, clique sobre o título
"Matemática: ensino fundamental"



Nosso e-Book é composto por cinco espaços distintos a saber:

Apresentação	Fichas de trabalho	Atividades complementares	Avaliações	Nosso mural



Bom proveito.

[38] De origem inglesa, o termo e-Book é uma abreviação de *"eletronic book"* e significa livro eletrônico.

Disciplina: Matemática – (6º ano/ Ensino fundamental: 2010)
Prof.: José Eduardo Ferreira da Silva - Sítio de internet: www.projetozk.ufjf.br

FICHA DE TRABALHO 07 – 1° TRIMESTRE

1- Efetue: (não utilize calculadora)

$$\begin{array}{r} 85 \\ -\ 57 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 521 \\ -\ 473 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4\,112 \\ -\ 897 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12\,654 \\ -\ 8\,965 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10\,000 \\ -\ 8\,989 \\ \hline \end{array}$$

2- Sem utilizar a calculadora, escreva a tabuada do nove.

PRODUTOS E POTÊNCIAS:

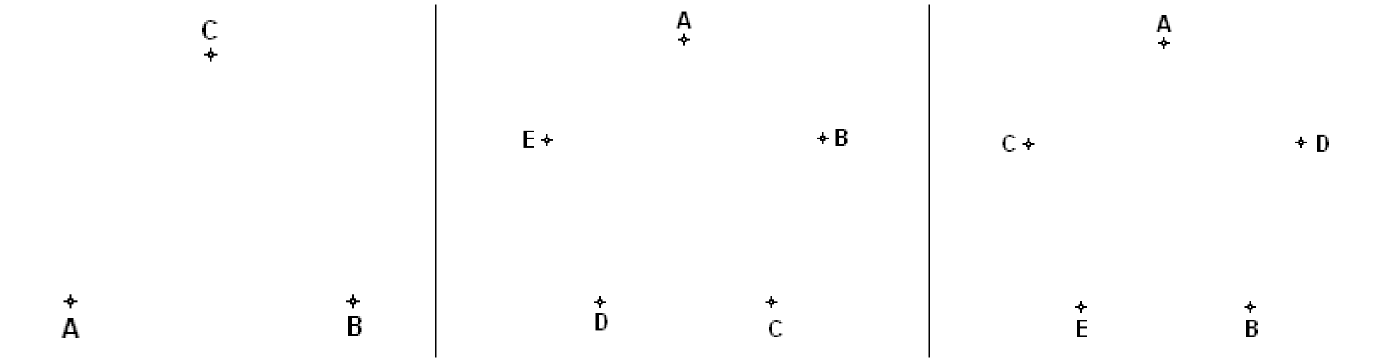
Disciplina: Matemática – (6º ano/ Ensino fundamental: 2010)
Prof.: José Eduardo Ferreira da Silva - Sítio de internet: www.projetozk.ufjf.br

FICHA DE TRABALHO 08 – 1° TRIMESTRE

2) Efetue as operações:

4 x 2 =	2^3 =	3^4 =
4^2 =	2 x 3 =	5^4 =
5 x 2 =	3^2 =	8^3 =
5^2 =	3 x 2 =	2^{10} =

2) Ligue os pontos, obedecendo a ordem alfabética. Em seguida, ligue o primeiro ponto ao último ponto. Qual é o nome de cada um dos polígonos?



______________________ ______________________ ______________________

3) Resolva as expressões:

a) 4 + 3 * 5 - 15 / 5 =	b) (6 + 66 / 6) * (6 - 6) =
c) 3 * (3 + 8 / 2) - 3 * 9 =	d) (7 + 2 * 3) - (6 - 4 / 2) * 2 =

4) Dê o resultado em minutos:

a) 1/2 de hora =	b)1/5 de hora =	c) 5/6 de hora =

4) Complete conforme as regras do jogo EQUAL:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{\quad} \qquad \frac{\quad}{12} = \frac{2}{3} \qquad \frac{4}{6} = \frac{8}{\quad}$$

$$\frac{2}{\quad} = \frac{8}{12} \qquad \frac{\quad}{6} = \frac{2}{3} \qquad \frac{8}{12} = \frac{4}{\quad}$$

Disciplina: Matemática – (6º ano/ Ensino fundamental: 2010)
Prof.: José Eduardo Ferreira da Silva - Sítio de internet: www.projetozk.ufjf.br

FICHA DE TRABALHO 09 – 1° TRIMESTRE

1) Escreva na forma de produto:

4 + 4 + 4 =	2 + 4 + 8 =
3 + 3 + 3 + 3 =	6 + 10 + 12 =

2) Escreva na forma de potência:

4 * 4 * 4 =	2 * 4 * 8 =
3 * 3 * 3 * 3 =	6 * 10 * 12 =

3) Dê o resultado (use calculadora):

$2^6 =$	$1^6 =$	$15^2 =$
$20^3 =$	$4^3 =$	$17^4 =$
$10^4 =$	$10^7 =$	$60^7 =$

4) Complete cada uma das seqüências numéricas:

A = (1, 5, 9, 13, _____, 21, 25, _____, ______)

B = (1, 2, 4, 8, _____, 32, 64, _____, _____ , _____, _____)

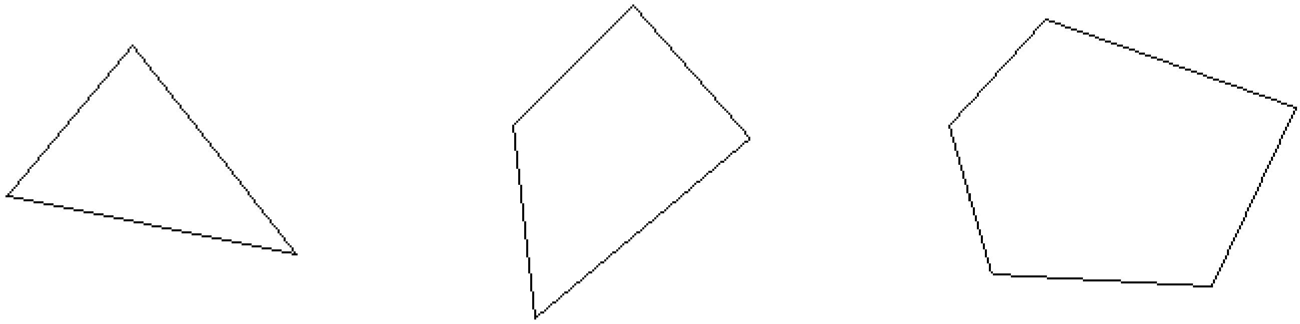
5) Quantos retângulos diferentes eu posso construir com 12 quadradinhos? Represente-os na malha abaixo.

6) Quantas e quais são as multiplicações de dois números em que o resultado é 12?

Disciplina: Matemática – (6º ano/ Ensino fundamental: 2010)
Prof.: José Eduardo Ferreira da Silva - Sítio de internet: www.projetozk.ufjf.br

FICHA DE TRABALHO 10 – 1° TRIMESTRE

1) Dê o nome de cada um dos polígonos em função do número de lados:

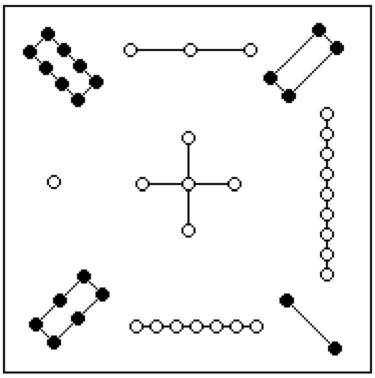


_______________ _______________ _______________

2) Dê o resultado:

314 x 1000 =	2 x 12 x 100 =
5 x 20 x 40 =	8 x 5 x 9 x 12 x 50 =
10 x 20 x 30 x 40 x 50 =	16 x 72 x 25 x 125 =

3) Você já ouviu falar sobre Quadrados Mágicos?



Complete os quadrados mágicos abaixo.

6		
7	5	3

12	3	15
		8

		10
	7	
4		5

Disciplina: Matemática – (6º ano/ Ensino fundamental: 2010)
Prof.: José Eduardo Ferreira da Silva - Sítio de internet: www.projetozk.ufjf.br

FICHA DE TRABALHO 11 – 1° TRIMESTRE

1) Com a calculadora, verifique o resultado de cada expressão. Em seguida, complete com V(verdadeiro) ou F(falso):

( ) 5 + 5 x 5 = 50
( ) 12 - 2 x 5 = 50
( ) (3 x 2) + 5 x 2 = 22
( ) 4 x 3 + 3 x 2 = 18
( ) 18 – 6 : 2 = 6
( ) 8 x 1 + 6 : 2 = 7

2) Resolva:

10^2 =	10^3 =	10^4 =
10^5 =	10^6 =	10^7 =
10^8 =	10^9 =	10^{12} =

3) Encontre o preço do litro, para cada um dos produtos abaixo: (1 litro = 1000 mililtros)

Produto A: 200 ml por R$ 1,50	Produto B: 250 ml por R$ 12,00

4) Quebrando Números (Decomposição em fatores primos):

8 =	12 =
24 =	18 =
45 =	36 =

Disciplina: Matemática – (6º ano/ Ensino fundamental: 2010)
Prof.: José Eduardo Ferreira da Silva - Sítio de internet: www.projetozk.ufjf.br

FICHA DE TRABALHO 12 – 1° TRIMESTRE

1) TABELA DE MULTIPLICAÇÂO

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

2) Resolva: (Utilize a calculadora se necessário)

$2^5 =$	$10^7 =$
$3^6 =$	$12^2 =$
$7^4 =$	$13^2 =$
$8^2 =$	$10^{10} =$
$6^2 =$	$7^2 \times 2^7 =$
$1^8 =$	$3^4 \times 4^3 =$

3) Faça a fatoração, em números primos, dos seguintes números:

80 =	120	44 =

Disciplina: Matemática – (6º ano/ Ensino fundamental: 2010)
Prof.: José Eduardo Ferreira da Silva - Sítio de internet: www.projetozk.ufjf.br

FICHA DE TRABALHO 13 – 1° TRIMESTRE

1) Complete as matrizes abaixo.

X	10	12	15	20	30
2					
3					
4			60		
5					
6					

X	9	6	8	7	5
4					
5					
6					
7					
8					

2) Faça a fatoração, em números primos, dos seguintes números:

90 =	140 =	200 =

3) Resolva:

a) 28 + 3 * 6 - 36 / 9 =	b) (5 + 55 / 5) * (5 - 5) =
c) 8 * (9 + 56 / 8) - 12 * 3 =	d) (6 + 7 * 4) - (10 - 8 / 2) * 3 =

4) Complete conforme a regra do jogo equal:

$\frac{64}{56} = \frac{\_\_}{6}$ $\qquad \frac{63}{81} = \frac{7}{\_\_}$ $\qquad \frac{4}{\_\_} = \frac{32}{80}$

$\frac{36}{54} = \frac{4}{\_\_}$ $\qquad \frac{\_\_}{34} = \frac{1}{2}$ $\qquad \frac{24}{\_\_} = \frac{6}{7}$

Disciplina: Matemática – (6º ano/ Ensino fundamental: 2010)
Prof.: José Eduardo Ferreira da Silva - Sítio de internet: www.projetozk.ufjf.br

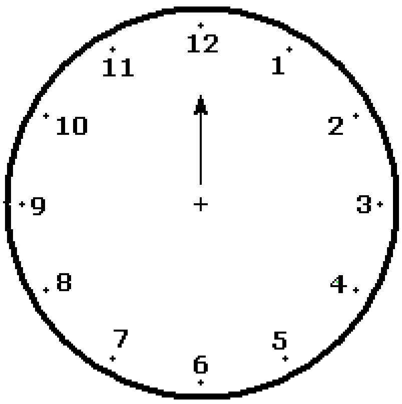
FICHA DE TRABALHO 14 – 1° TRIMESTRE

1) Dê o resultado das seguinte divisões:

6 : 3 =	30 / 6 =	$\frac{10}{2} =$
17 : 4 =	60 / 40 =	$\frac{12}{8} =$
1 : 2 =	2 / 5 =	$\frac{2}{3} =$

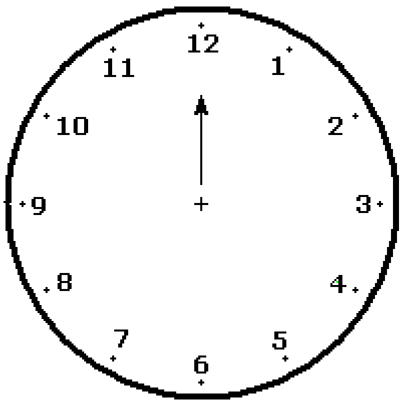
2) Posicione o ponteiro dos minutos e, em seguida, complete.

$\frac{1}{3}$ da hora



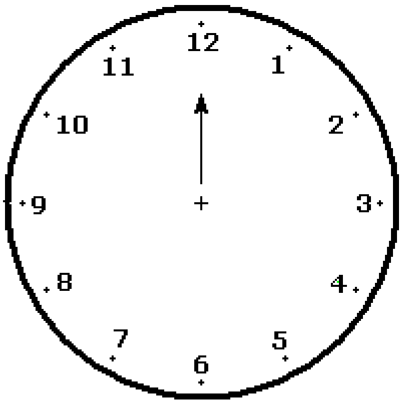
ou ____________________ minutos.

$\frac{1}{6}$ da hora



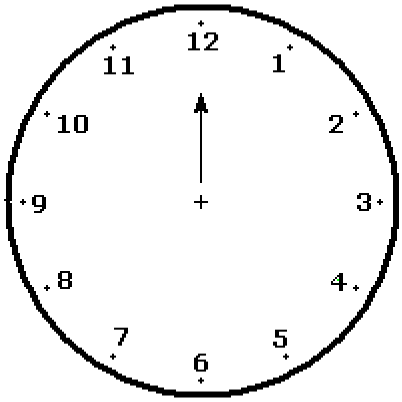
ou ____________________ minutos.

$\frac{1}{4}$ da hora



ou ____________________ minutos.

$\frac{1}{2}$ da hora



ou ____________________ minutos.

Disciplina: Matemática – (6º ano/ Ensino fundamental: 2010)
Prof.: José Eduardo Ferreira da Silva - Sítio de internet: www.projetozk.ufjf.br

FICHA DE TRABALHO 15 – 1° TRIMESTRE

1) Faça a fatoração, em números primos, dos seguintes números:

70 =	94 =	360 =

2) Utilizando os sinais aritméticos + - x : ( ), complete para que as igualdades fiquem verdadeiras:

4	4	4	4	=	4	4	4	4	4	=	6
4	4	4	4	=	5	4	4	4	4	=	7

3) Em 24 horas, quantas vezes os ponteiros de um relógio formam um ângulo de 90°?

4) Efetue:

1 535 / 10 =	21 345 / 1000 =	754 / 100 =
123 345 / 10 000 =	23 / 100 =	1 / 1 000 =
32 / 10 000 =	5 / 10 =	1 / 2 =

5) Transforme em fração:

a) 1,5 =	b) 11,3 =	c) 11,03 =
d) 5 : 8 =	e) 1,13 =	f) 5 =

Disciplina: Matemática – (6º ano/ Ensino fundamental: 2010)
Prof.: José Eduardo Ferreira da Silva - Sítio de internet: www.projetozk.ufjf.br

FICHA DE TRABALHO 16 – 1° TRIMESTRE

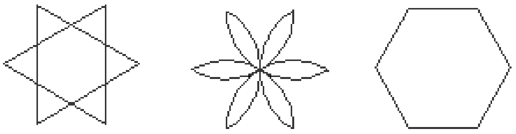
1) Escreva na forma de fração:

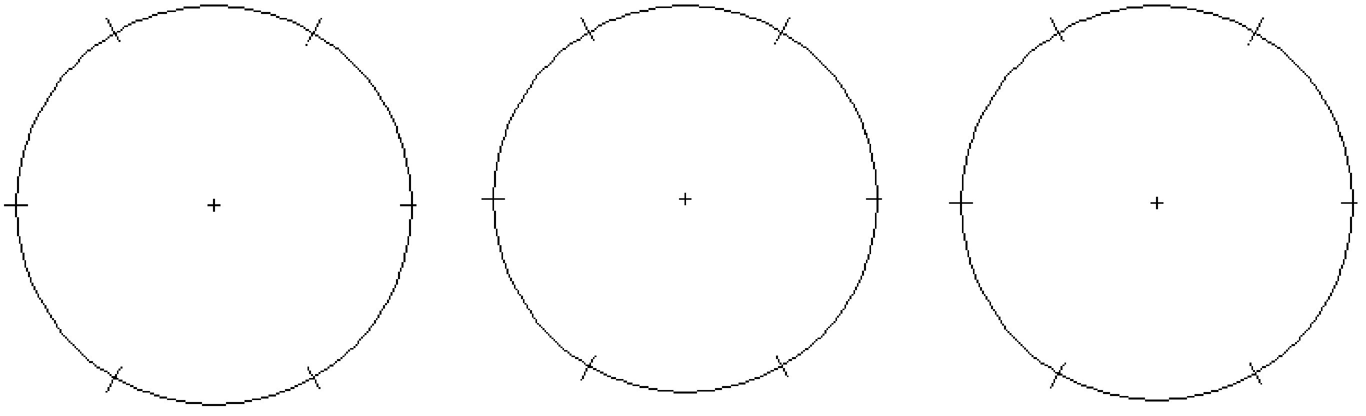
a) 0,5 =	f) 7,345 =
b) 12,7 =	g) 5 =
c) 2,32 =	h) 4,234 =
d) 3 : 5 =	j) 5 : 20 =

2) Dê o resultado:

5^3 =	7^3 =	9^3 =
2^6 =	3^6 =	40^6 =
50^4 =	70^4 =	500^4 =
20^5 =	300^5 =	8000^5 =

3) Reproduza, no círculo abaixo, as seguintes figuras:





4) Complete cada uma das seqüências numéricas:

A = (2, 6, 10, 14, _____ , 22, 26_____, _____)	C = (1, 4, 9, 16, _____, _____, _____)
B = (1, 3, 9, 27, _____, 243, _____, _____)	D= (1, 1, 1, 1, 1, 1, _____, _____, _____)

Disciplina: Matemática – (6º ano/ Ensino fundamental: 2010)
Prof.: José Eduardo Ferreira da Silva - Sítio de internet: www.projetozk.ufjf.br

FICHA DE TRABALHO 17 – 1° TRIMESTRE

1) Faça a fatoração, em números primos:

170 =	570 =	610 =

2) Evite Três:

3) Números quadrados perfeitos:

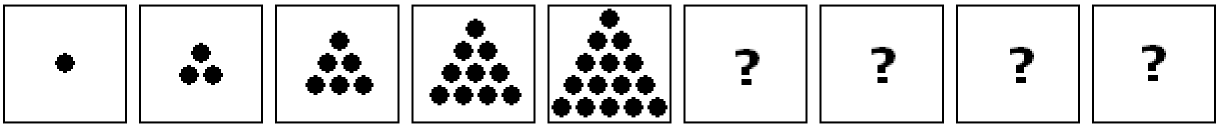
$1^2 =$	$2^2 =$	$3^2 =$	$4^2 =$	$5^2 =$
$6^2 =$	$7^2 =$	$8^2 =$	$9^2 =$	$10^2 =$

4) Responda: Quais são os números com os quais formamos triângulos?

Disciplina: Matemática – (6º ano/ Ensino fundamental: 2010)
Prof.: José Eduardo Ferreira da Silva - Sítio de internet: www.projetozk.ufjf.br

FICHA DE TRABALHO 18 – 1° TRIMESTRE

1) Complete:



1 ___ 3 ___ 6 ___ ______ ______ ______ ______ ______ ______

2) Transforme os números abaixo em frações:

2,33 =	7,102 =
0,003 =	3,00 =
3,0003 =	3,0 =
5,0 =	3,000 =

3) Responda: Suponha que eu tenha R$ 10,00 a mais do que você. Sendo assim, quanto eu terei a mais do que você, se:

Eu ganhar R$ 2,00	Você ganhar R$ 2,00
Eu te emprestar R$ 2,00.	Você me emprestar R$ 2,00.

4) Faça a fatoração em números primos do seguintes números:

a) 200 =	b) 320 =	c) 32 =	d) 140 =

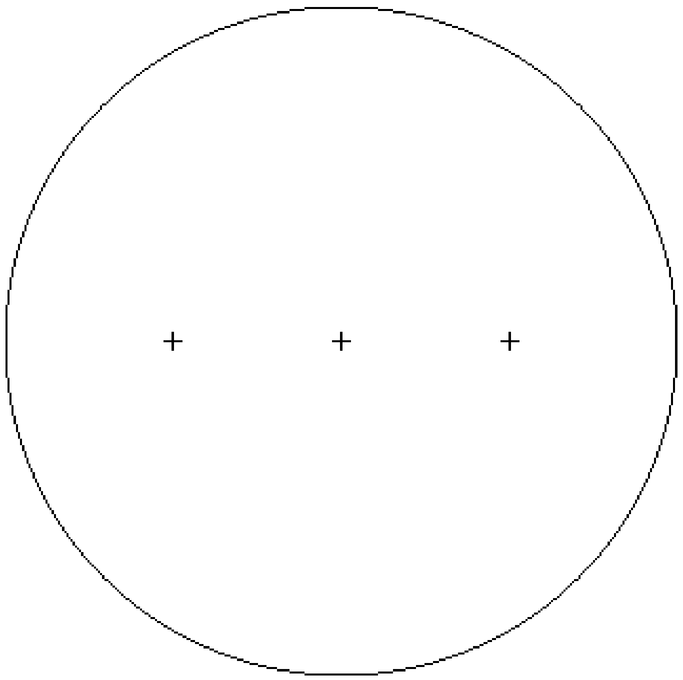
5) Dê o resultado em minutos:

a) 1/10 de hora =	b) 3/12 de hora =	c) 4/5 de hora =

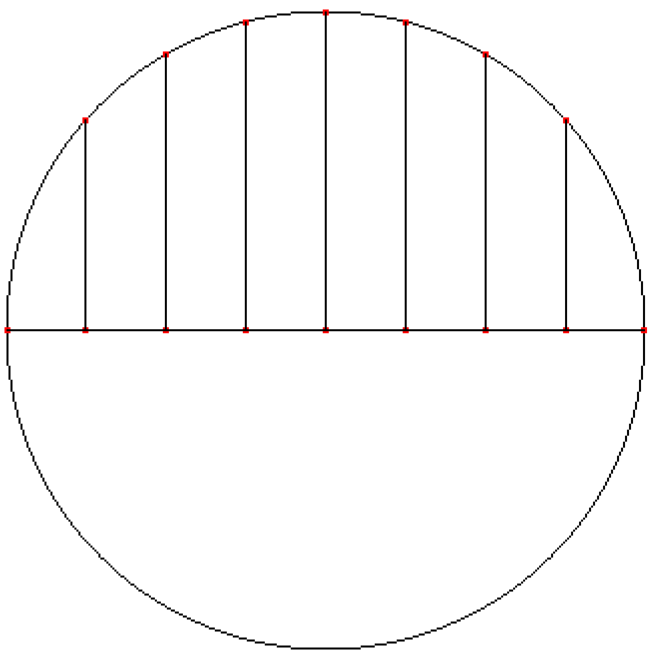
Disciplina: Matemática – (6º ano/ Ensino fundamental: 2010)
Prof.: José Eduardo Ferreira da Silva - Sítio de internet: www.projetozk.ufjf.br

FICHA DE TRABALHO 19 – 1° TRIMESTRE

1) Desenhos na circunferência: YANG-YIN



2) Desenhos na circunferência: ELIPSE



Disciplina: Matemática – (6º ano/ Ensino fundamental: 2010)
Prof.: José Eduardo Ferreira da Silva - Sítio de internet: www.projetozk.ufjf.br

FICHA DE TRABALHO 20 – 1° TRIMESTRE

1) Faça o arredondamento dos números decimais para uma casa decimal.

4,73 =	8,99 =
2,37 =	7,68 =
5,468 =	3,89 =
13, 348 =	1,99 =

2) Escreva, cada uma das frações, na forma de moeda. (Exemplo: 1/4 de Real = R$ 0,25).

1/2 de Real =	2/5 de Real =	1/3 de Real =
1/5 de Real =	7/4 de Real =	2/7 de Real =

3) Complete conforme a regra do jogo equal:

$\frac{64}{56} = \frac{\_\_}{7}$ $\frac{63}{81} = \frac{7}{\_\_}$ $\frac{4}{\_\_} = \frac{32}{80}$

$\frac{36}{54} = \frac{4}{\_\_}$ $\frac{\_\_}{34} = \frac{1}{2}$ $\frac{24}{\_\_} = \frac{6}{7}$

$\frac{\_\_}{3} = \frac{11}{33}$ $\frac{1}{3} = \frac{\_\_}{24}$ $\frac{24}{\_\_} = \frac{6}{7}$

4) Transforme em fração:

a) 1,5 =	b) 11,3 =	c) 11,03 =
d) 5 : 8 =	e) 1,13 =	f) 5 =

5) Dê o resultado em minutos:

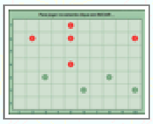
a) 1/10 de hora =	b) 3/12 de hora =	c) 7/6 de hora =

Atividades complementares

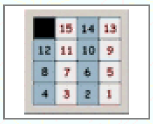
Tarefas computadorizadas

equal (variação I)
Assunto: equivalência de frações
Tipo: Jogo de exercício

equal (variação II)
Assunto: equivalência de frações
Tipo: Jogo de exercício



Evite-três
Assunto: Geometria de posição
Tipo: Jogo p/ investigação



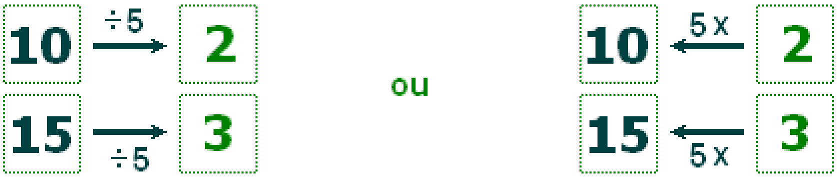
Jogo dos 15
Assunto: Padrões numéricos
Tipo: Jogo p/ investigação

Trinca-espinhas (variação I)
Assunto: Números primos
Tipo: Jogo p/ investigação

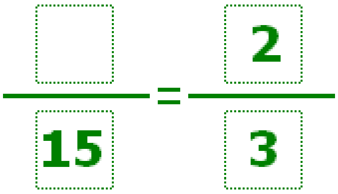
Trinca-espinhas (variação II)
Assunto: Números primos
Tipo: Jogo p/ investigação

O APLICATIVO EQUAL

DESCRIÇÃO: o aplicativo EQUAL toma por base uma matriz numérica de dimensão 2x2, em que, fixada uma orientação de leitura, os números de uma coluna são iguais aos números da outra coluna, multiplicados ou divididos por uma constante. (Vide figuras abaixo).



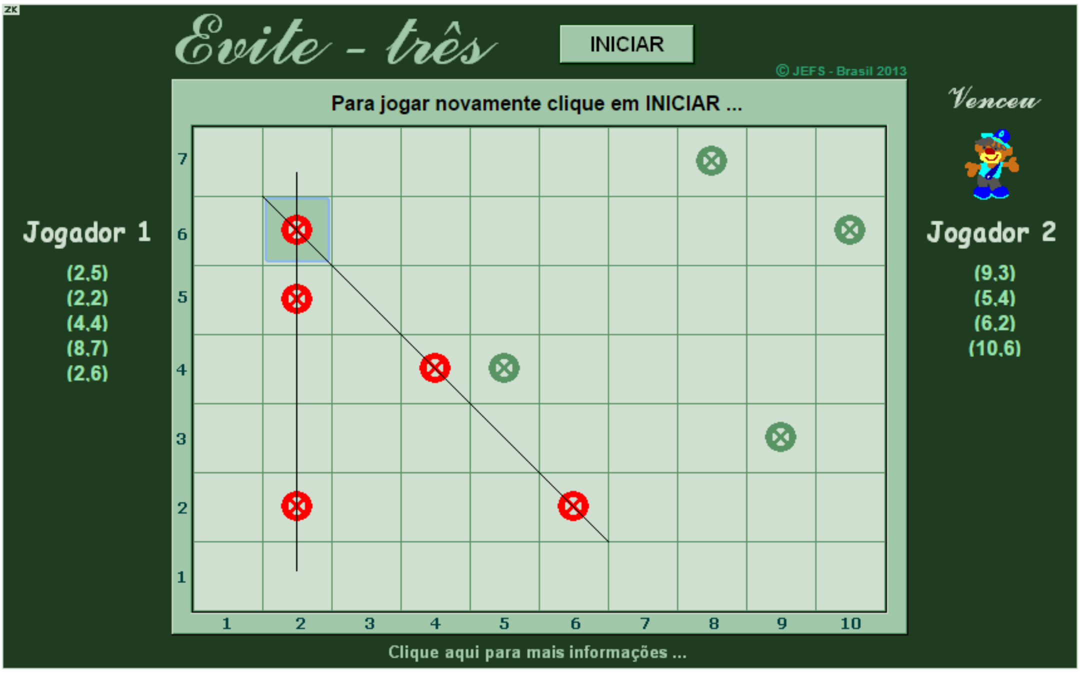
FUNCIONAMENTO: no EQUAL, após o computador fixar três números da matriz, o estudante deve completar obedecendo à regra de formação estabelecida.



Finalmente, para executar satisfatoriamente a atividade, o jogador deverá preencher corretamente 10 (dez) diferentes situações apresentadas de modo sucessivo e aleatório pelo computador. Note-se que o programa está instruído a encerrar a atividade após 4 (quatro) soluções incorretas.

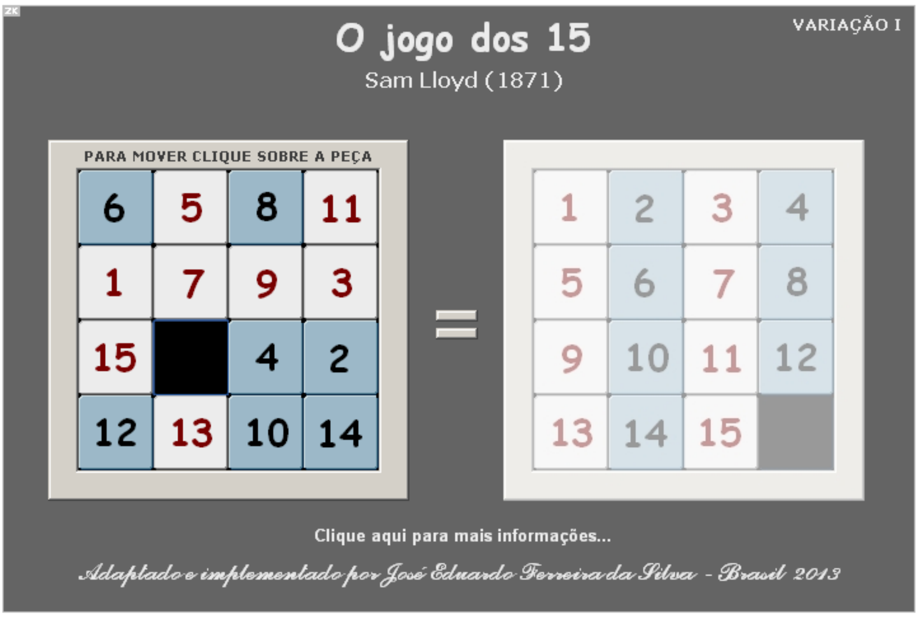
O APLICATIVO EVITE-TRÊS

DESCRIÇÃO: Trata-se de um jogo para dois participantes, em que cada jogador coloca, por sua vez, uma marca no tabuleiro. Perde o jogador que, ao colocar uma peça, crie uma situação de três peças em linha. (Vide figura abaixo). Observe que este jogo pode ser jogado com peões ou peças do jogo de dama num tabuleiro de xadrez ou com fichas sobre papel quadriculado.



O jogo dos 15

DESCRIÇÃO: O 'jogo dos 15' (Sam Loyd 1871) consiste numa caixa quadrada que contém quinze pequenos blocos quadrados numerados de 1 a 15. Entretanto, existem espaços para 16 blocos na caixa, de modo que os 15 podem ser movidos e trocar de lugar. O problema consiste em arrumar o quadrado da esquerda, partindo de uma situação aleatória dada, conforme a indicação do quadrado posicionado à direita. (Vide figura abaixo).



O aplicativo TRINCA-ESPINHAS

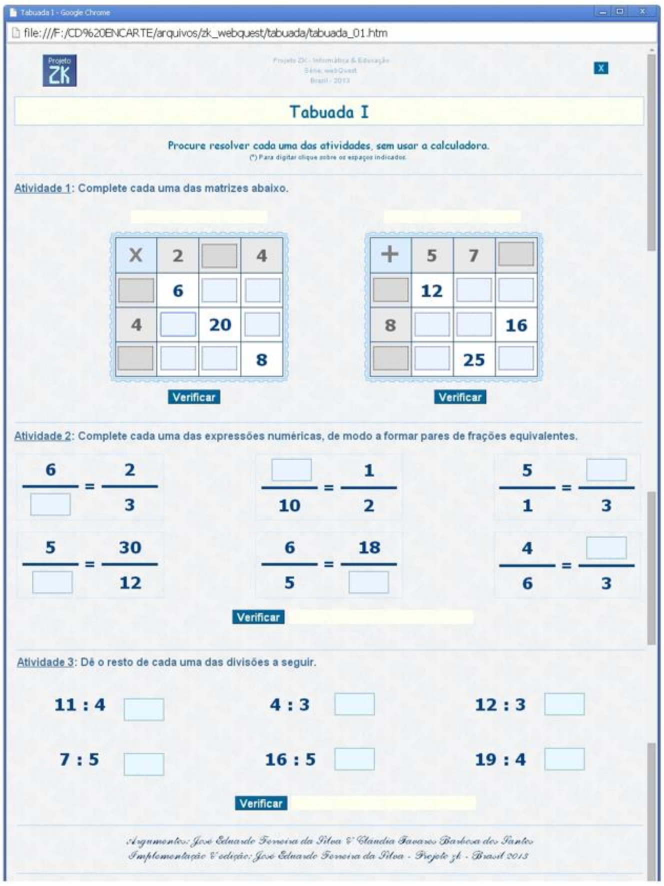
DESCRIÇÃO: No aplicativo TRINCA-ESPINHAS – adaptado a partir do software TRINCA-ESPINHAS (Portugal s/d) - o estudante estabelece uma relação de troca de números com o computador; a qual é feita a partir de uma sequência de números naturais em que o primeiro termo será sempre o número 1(um) e o último termo poderá variar entre 12 (doze) e 60 (sessenta).

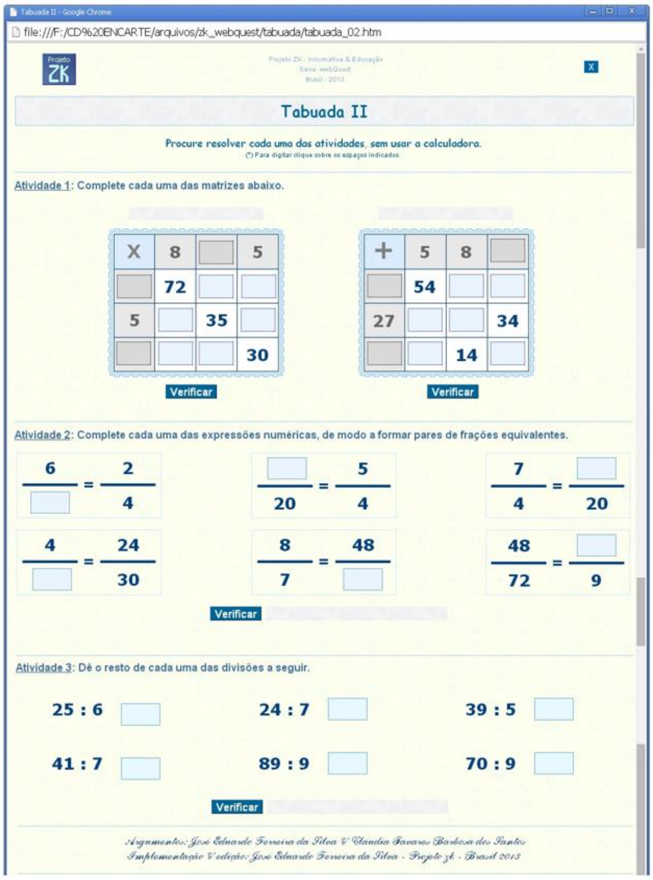
Assim, feita a escolha para a retirada de um determinado número, o computador está instruído a executar os seguintes comandos:
1 – retirar o número escolhido e registrá-lo como pontos para o aluno;
2 – retirar o(s) divisor(es) do número escolhido, adicioná-los e registrar essa soma como pontos para o computador.
E isso, até que por ausência de divisores não seja mais possível ao estudante retirar mais números na tela.

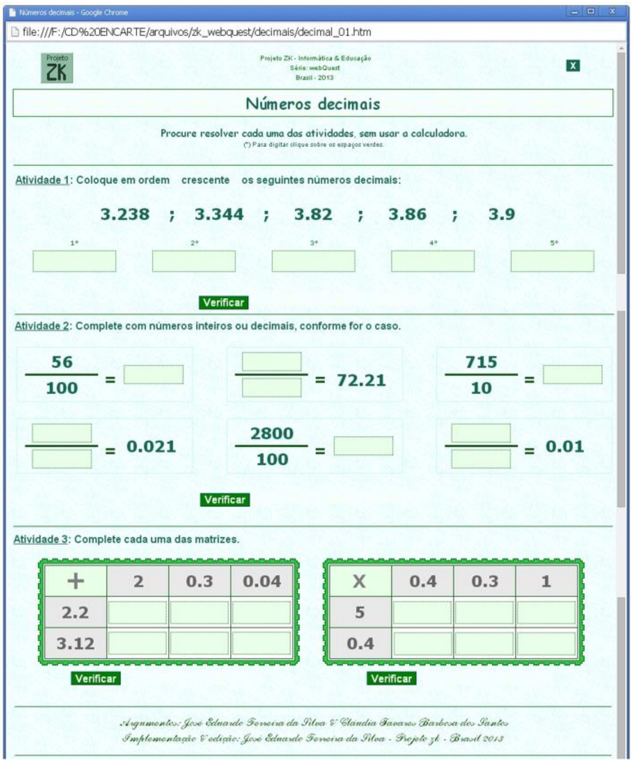
Nesse momento, o programa adiciona os números restantes como pontos ao resultado do computador para, em seguida, dar como encerrada a atividade.

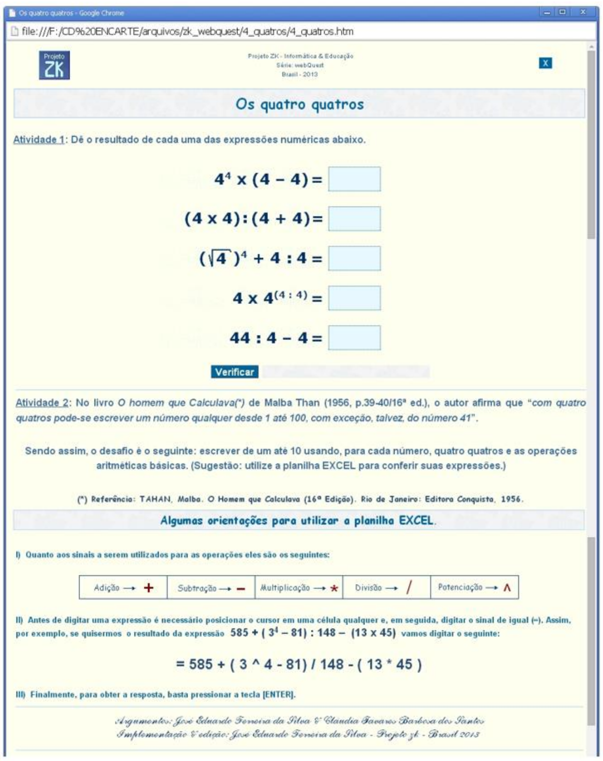
Finalmente, a tarefa do estudante é procurar garantir condições para que, ao final da atividade, o número de seus pontos fique maior do que o número de pontos do computador.

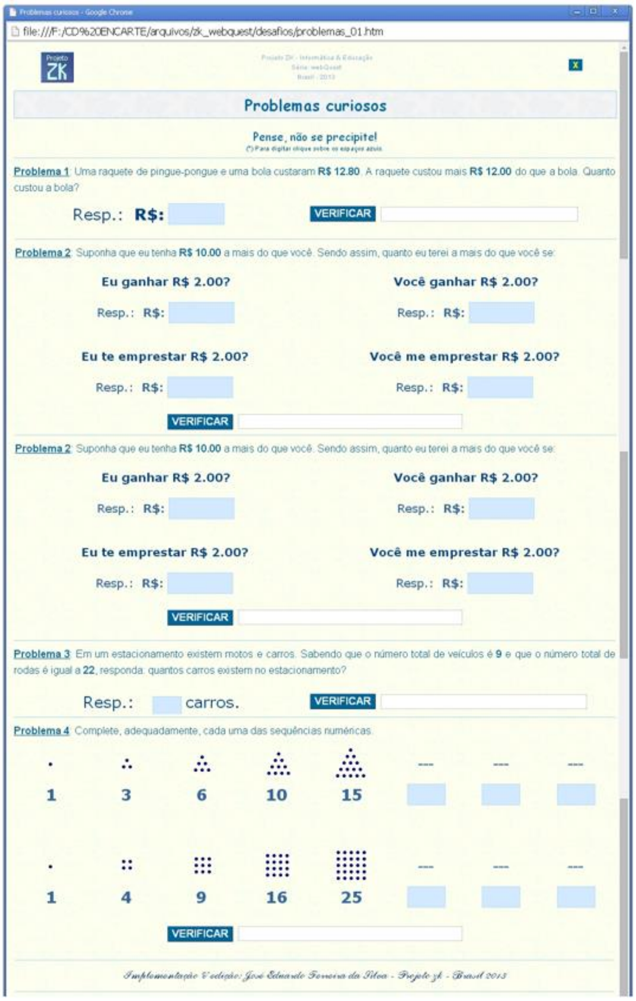
DESCRIÇÃO: De modo geral, uma tarefa de areia é composta por três ou quatro tarefas pontuais relacionadas a um determinado assunto, em que o aluno após completar os resultados verifica com o auxilio do computador à adequação das respostas que apresentou. Quanto à verificação o computador esta instruído a verificar somente após o estudante responder a todas as questões apresentadas em cada item. Note-se, que os valores numéricos variam de modo aleatório a cada diferente acesso desse material na internet.

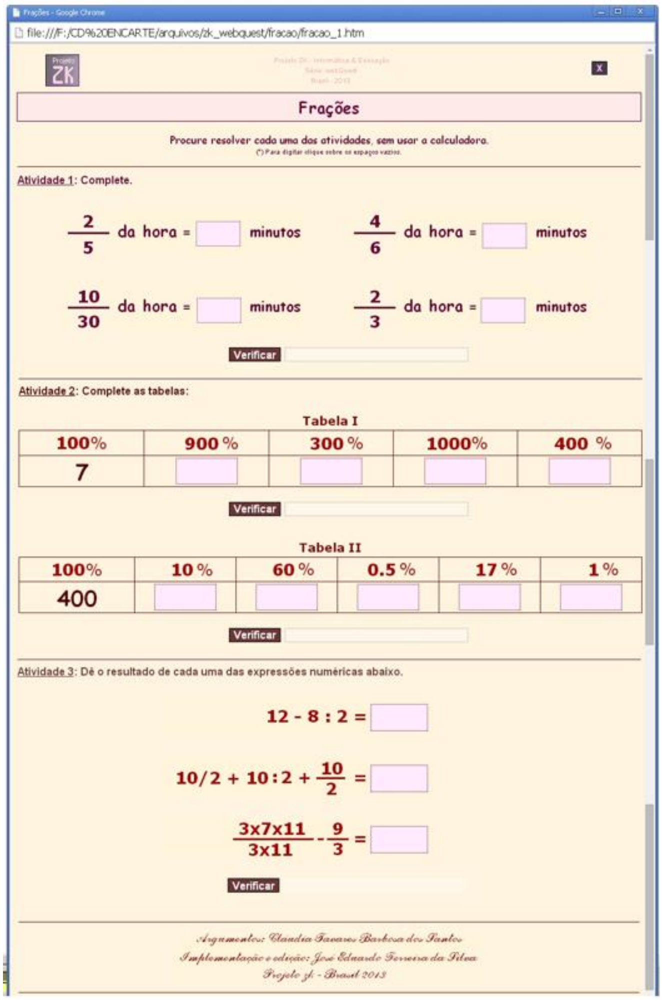

file:///F:/CD%20ENCARTE/arquivos/zk_webquest/tabuada/tabuada_01.htm
Tabuada I
Procure resolver cada uma das atividades, sem usar a calculadora.
Atividade 1: Complete cada uma das matrizes abaixo.
Verificar
Atividade 2: Complete cada uma das expressões numéricas, de modo a formar pares de frações equivalentes.
Verificar
Atividade 3: Dê o resto de cada uma das divisões a seguir.
11 : 4
4 : 3
12 : 3
7 : 5
16 : 5
19 : 4
Verificar
Argumento: José Eduardo Ferreira da Silva & Cláudia Tavares Barbosa dos Santos
Implementação & edição: José Eduardo Ferreira da Silva - Projeto zk - Brasil 2013


file:///F:/CD%20ENCARTE/arquivos/zk_webquest/tabuada/tabuada_02.htm
Tabuada II
Procure resolver cada uma das atividades, sem usar a calculadora.
Atividade 1: Complete cada uma das matrizes abaixo.
Verificar
Atividade 2: Complete cada uma das expressões numéricas, de modo a formar pares de frações equivalentes.
Verificar
Atividade 3: Dê o resto de cada uma das divisões a seguir.
25 : 6
24 : 7
39 : 5
41 : 7
89 : 9
70 : 9
Verificar
Argumento: José Eduardo Ferreira da Silva & Cláudia Tavares Barbosa dos Santos
Implementação & edição: José Eduardo Ferreira da Silva - Projeto zk - Brasil 2013

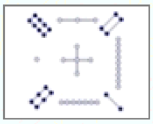

file:///F:/CD%20ENCARTE/arquivos/zk_webquest/decimais/decimal_01.htm
Projeto ZK - Informática & Educação
Série: webQuest
Brasil - 2013
Números decimais
Procure resolver cada uma das atividades, sem usar a calculadora.
(*) Para digitar clique sobre os espaços verdes.
Atividade 1: Coloque em ordem crescente os seguintes números decimais:
3.238 ; 3.344 ; 3.82 ; 3.86 ; 3.9
Verificar
Atividade 2: Complete com números inteiros ou decimais, conforme for o caso.
= 72.21
= 0.021
= 0.01
Verificar
Atividade 3: Complete cada uma das matrizes.
Verificar
Argumento: José Eduardo Ferreira da Silva & Cláudia Tavares Barbosa dos Santos
Implementação & edição: José Eduardo Ferreira da Silva - Projeto zk - Brasil 2013


file:///F:/CD%20ENCARTE/arquivos/zk_webquest/4_quatros/4_quatros.htm
Projeto ZK - Informática & Educação
Série: webQuest
Brasil - 2013
Os quatro quatros
Atividade 1: Dê o resultado de cada uma das expressões numéricas abaixo.
Verificar
Atividade 2: No livro O homem que Calculava(*) de Malba Than (1956, p.39-40/16ª ed.), o autor afirma que "com quatro quatros pode-se escrever um número qualquer desde 1 até 100, com exceção, talvez, do número 41".
Sendo assim, o desafio é o seguinte: escrever de um até 10 usando, para cada número, quatro quatros e as operações aritméticas básicas. (Sugestão: utilize a planilha EXCEL para conferir suas expressões.)
(*) Referência: TAHAN, Malba. O Homem que Calculava (16ª Edição). Rio de Janeiro: Editora Conquista, 1956.
Algumas orientações para utilizar a planilha EXCEL.
I) Quanto aos sinais a serem utilizados para as operações eles são os seguintes:
Adição → +
Subtração → –
Multiplicação → *
Divisão → /
Potenciação → ^
II) Antes de digitar uma expressão é necessário posicionar o cursor em uma célula qualquer e, em seguida, digitar o sinal de igual (=). Assim, por exemplo, se quisermos o resultado da expressão 585 + (3⁴ – 81) : 148 – (13 x 45) vamos digitar o seguinte:
= 585 + (3 ^ 4 - 81) / 148 - (13 * 45)
III) Finalmente, para obter a resposta, basta pressionar a tecla [ENTER].
Argumento: José Eduardo Ferreira da Silva & Cláudia Tavares Barbosa dos Santos
Implementação & edição: José Eduardo Ferreira da Silva - Projeto zk - Brasil 2013

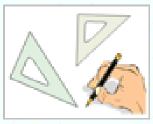




Textos, hipertextos, animações & vídeos



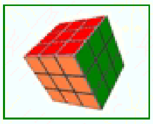
Quadrados mágicos
Assunto: curiosidades matemáticas
Tipo: Texto com tarefas de areia p/ investigação



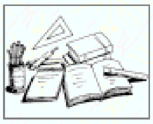
Desenhos com esquadros
Assunto: Geometria
Tipo: Animação em "Stop Motion"

Paradoxos
Assunto: Lógica
Tipo: Texto com tarefas p/ investigação

Pato Donald no país da matemágica
Assuntos: música e geometria
Tipo: Vídeo



Cubo mágico
Assunto: quebra cabeça tridimensional
Tipo: orientações para montagem do cubo mágico



Números Primos
Assunto: Matemática
Tipo: Micromundo hipertextual

(*) PARA MAIS INFORMAÇÕES CONSULTE O CD ENCARTE QUE ACOMPANHA ESSE TRABALHO